año de la escuela primaria las consecuencias de diferentes situaciones de interaccion social en la movilisación de conocimientos matemáticos estudiados en clase.

Se constata primeramente que en la tarea presentada los alumnos recurren raramente al formalismo matemático estudiado para dar cuenta de las actividades aditivas elementales, las formulaciones que utilizan son poco explícitas a pesar que una prueba pedagógica clásica nos revela un dominio del formalismo en las tareas escolares. Los resultados obtenidos en condiciones experimentales contrastadas (alumnos trabajando solo o en grupo de dos, con o sin consigna de comunicar la formulación a un camarada) sugieren que, en este tipo de actividad, la interaccion social conduce a una mejora de las performances individuales (formulaciones mas explícitas y recurso mas frecuente al formalismo matemático usual) si esta interacción esta acompañada de una necesidad de comunicación a un tercero exterior al grupo de trabajo.

Se necesita realizar investigaciones posteriores para precisar los resultados obtenidos que son proximos de las preocupaciones pedagógicas de diversos autores.

RESUME

Des recherches expérimentales antérieures avaient permis d'étudier le rôle des interactions sociales dans le développement des structures opératoires (au sens piagétien). Il s'agit ici de prolonger ces recherches en explorant, chez des élèves genevois de deuxième année primaire, les conséquences de différentes situations d'interactions sociales pour la mobilisation de connaissances mathématiques étudiées en classe. Il est d'abord constaté que, dans la tâche proposée, l'ensemble des élèves recourent rarement au formalisme mathématique étudié pour rendre compte d'activités additives élémentaires, leurs formulations sont peu explicites bien qu'une épreuve pédagogique classique révèle une maîtrise du formalisme dans les tâches scolaires. Les résultats obtenus dans des conditions expérimentales contrastées (élèves travaillant seul ou à deux, avec ou sans l'objectif de communiquer la formulation à un pair) suggèrent que, dans ce type d'activité, l'interaction sociale conduit à une amélioration des performances individuelles (formulations plus explicites et recours plus nombreux au formalisme mathématique usuel) si elle est assortie d'une nécessité de communication à un tiers extérieur à l'équipe de travail. Des recherches ultérieures s'imposent pour préciser ces résultats qui rejoignent des préoccupations pédagogiques d'autres auteurs.

I. INTRODUCTION

L'étude présentée ici porte sur quelques aspects limités de la problématique de la formulation. Mais nos préoccupations sont plus générales. En effet, considérant que l'activité mathématique est une activité intellectuelle qui est à la fois logique, sociale et culturelle, nous nous demandons comment s'articulent ces trois caractéristiques dans le cadre de l'enseignement des mathématiques à l'école mais surtout lors de leur appropriation par l'enfant. A propos d'un problème de formulation d'une activité additive, nous nous proposons d'étudier l'impact du contexte interpersonnel dans lequel se déroule cet exercice de formulation et celui des rôles respectifs éventuels du niveau opératoire (au sens piagétien) et des apports culturels (et scolaires en particulier) dans les capacités de l'élève à produire de telles formulations.

Ces interrogations se situent pour nous dans le prolongement direct d'une série de travaux en psychologie sociale génétique conduits antérieurement en collaboration avec nos collègues genevois et qui ont pris pour objet l'étude des effets de l'interaction sociale sur l'élaboration d'instruments cognitifs chez l'enfant. (Doise, Mugny, Perret-Clermont 1975, Perret-Clermont 1979, Perret-Clermont et Schubauer-Leoni, à paraître).

Ces recherches nous ont permis en particulier d'attirer l'attention sur l'occasion de créativité intellectuelle que peuvent être des situations où des pairs doivent interagir pour surmonter un conflit cognitif qui les oppose.

Nous avons pu construire des tâches et des situations sociales qui exigent des partenaires en présence qu'ils dépassent un conflit de points de vue qui les oppose. Ceci les amène alors à coordonner leurs diverses centrations avec, comme effet subséquent, une restructuration cognitive au niveau individuel. Ainsi par exemple, nous inspirant de la tâche classique de conservation des quantités de liquides (Piaget et Szeminska 1941) nous avons proposé à des sujets non-conservants de partager avec des camarades du sirop à l'aide de verres de formes différentes. Lorsque les partenaires du partage présentaient des centrations (de niveau intermédiaire ou conservant) différentes de celles de nos sujets non-conservants, ceux-ci étaient amenés à une réélaboration cognitive dont les effets , une semaine, voire un mois après, se manifestaient encore par une progression de leur niveau opératoire à des tâches de conservation. Ce type de progression cognitive à la suite de confrontation avec des pairs ou des modèles adultes a pu être retrouvé dans des tâches très différentes: conservation du nombre, des longueurs, mais aussi dans des tâches de représentations spatiales ou de coordinations motrices ou graphiques (Mugny, Perret-Clermont et Doise, 1980). Toutes ces tâches ont cependant comme caractéristique commune d'être directement analysables en termes des processus opératoires au sens piagétien et de ne jamais faire l'objet à l'école, d'un enseignement systématique. Qu'en est-il de notions ou d'activités comme celles du champ mathématique qui s'inscrivent dans une tradition scientifique et culturelle plus large? Si, comme nous l'avons montré, le travail collectif d'une confrontation intellectuelle entre pairs peut dans certaines conditions bien précises être à l'origine de l'élaboration de coordinations cognitives nouvelles pour le sujet, pourrait-on mettre en évidence également qu'il peut présider à l'appropriation par l'enfant de connaissances du type de celles qui sont enseignées en mathématiques en classe?

La notion de conflit cognitif a été étudiée par l'école piagétienne (Inhelder, Sinclair et Bovet 1974): leur conception opératoire du conflit fait appel à des confrontations entre schèmes de natures différentes qui susciteraient des contradictions *internes* au sujet. Ou encore, d'après ces auteurs, le conflit serait suscité lorsque l'hypothèse du sujet se heurterait à la constatation d'observables qui l'infirment suscitant en lui un état d'insatisfaction intellectuelle. Notre intérêt s'est plutôt porté sur la nature *socio-cognitive* du conflit, c'est-à-dire sur des formes plus sociales de contradiction apportées par un autrui. Notre hypothèse est que ces «sollicitations» de schèmes opposés prennent une signification privilégiée lors des interactions de nature sociale. Pour vérifier cette hypothèse nous tentons de construire expérimentalement différents types de situations sociales et d'en prédire les effets sur les productions cognitives des sujets qui sont alors analysées cliniquement.

C'est ce que nous avons fait en particulier pour une investigation sur l'acquisition de la notion de conservation du nombre décrite ailleurs (Perret-Clermont 1979). Le

paradigme expérimental comporte trois temps: d'abord un pré-test individuel pour évaluer le niveau cognitif des sujets à l'épreuve opératoire de la conservation du nombre (Piaget et Szeminska 1941). Une semaine plus tard, ces sujets sont amenés deux par deux à une séance expérimentale au cours de laquelle ils doivent interagir pour se partager une série de dragées de chocolat disposées sur des assiettes en carton rectangulaires de dimensions différentes. Cette séance est suivie alors, à deux jours d'intervalle, par un post-test identique au pré-test. Lors de ces pré-tests l'expérimentateur aligne six jetons jaunes et demande à l'enfant de construire une ligne de jetons verts où «il y a autant de jetons, la même chose beaucoup de jetons pour jouer». L'adulte opère ensuite des modifications dans l'alignement des jetons (en écartant ou en rapprochant les jetons d'une ligne) et demande à l'enfant: «si tu joues avec ces jetons verts et moi avec ces jetons jaunes est-ce qu'on en a la même chose beaucoup tous les deux ou bien est-ce qu'il y en a un qui en a plus ou qu'est-ce que tu crois?» Dans un premier temps l'expérimentateur observe si l'enfant recourt spontanément à des conduites de comptage et de mise en correspondance terme à terme; dans un deuxième temps l'expérimentateur essaie de savoir si l'enfant est capable, après suggestion, de comprendre et d'utiliser la mise en correspondance terme-à-terme, et s'il sait dénombrer et compter. A la suite du pré-test les enfants sont classés en fonction du niveau opératoire de leurs réponses (*).

Pour la phase expérimentale au cours de laquelle les enfants doivent se partager des dragées de chocolat, nous avons distingué trois conditions expérimentales caractérisées

* Les critères utilisés sont ceux décrits par Piaget et Szeminska (1941). L'enfant *non-conservant* se soucie uniquement des configurations perceptives des deux collections. Il établit des correspondances intuitives et sait parfois dénombrer (il connaît la «comptine» mais il considère que l'équivalence est détruite chaque fois que les configurations changent).

Le sujet *intermédiaire* hésite entre des conduites de conservation et de non-conservation; cette oscillation peut intervenir dans une même situation ou entre situations différentes.

L'enfant *conservant* affirme et justifie de façon stable l'équivalence sans se laisser perturber par des modifications perceptives des collections.

par les niveaux (au pré-test) des partenaires en présence:

- *première condition:* un des enfants de l'interaction est «conservant» au pré-test et l'autre «non-conservant»;
- *deuxième condition:* un des enfants est «intermédiaire» au pré-test et l'autre «non-conservant»;
- *troisième condition:* les deux enfants sont «non-conservants» au pré-test.

Cette recherche met en évidence, une fois encore, l'origine en partie sociale des progrès subséquents à l'interaction et ceci en fonction du niveau initial de développement du sujet. Ainsi, les sujets «non-conservants» des deux premières conditions expérimentales (interaction avec un partenaire de niveau différent) progressent plus que ceux de la troisième condition (interaction avec un camarade de point de vue semblable). Les résultats de cette recherche montrent aussi qu'il y a des prérequis cognitifs à l'effet d'une interaction sociale. Ainsi, il ne suffit pas de placer l'enfant «non conservant» en interaction avec un pair de niveau supérieur pour qu'il progresse, car le conflit sociocognitif n'a d'intérêt pour l'enfant «non-conservant» que s'il est en mesure de comprendre l'opposition qui existe entre son point de vue et celui de son partenaire «conservant». Cette prise de conscience de la nature cognitive du conflit interindividuel ne semble se réaliser que si l'enfant «non-conservant» sait recourir à des *conduites de mise en correspondance terme à terme et de comptage*. Ces deux conduites constitueraient une sorte de compétence minimale pour «entrer en matière» avec le pair lors de l'interaction.

Cette recherche fait apparaître d'une part la complexité des mécanismes en jeu dans cet apprentissage et d'autre part, dans une perspective de didactique des mathématiques, elle suggère peut-être que la conduite de comptage a été trop souvent sous-estimée ou dévalorisée. Soulignons ici que nous ne considérons évidemment pas cette conduite comme une preuve de conservation du nombre. Nous savons, pour l'avoir très souvent vérifié, que les enfants non-conservants peuvent aisément affirmer «il y en a 8 et 8 mais ici (une des deux collections) il y en a plus» (...) «ce n'est pas le même 8...» etc. Pour ces sujets le «8» ne désigne pas réellement la quantité invariante mais le «nom» de la collection dont la densité d'éléments peut varier en fonction de la configuration spatiale.

Si donc le dénombrement, voire la «comptine», n'est pas à retenir comme critère de conservation du nombre, il semble constituer pourtant une compétence nécessaire pour que l'enfant non-conservant puisse profiter de l'interaction avec un camarade de niveau supérieur. Grâce à ce «langage» commun, le sujet non-conservant entre en matière, la confrontation à lieu et l'enfant est susceptible de progresser sur le plan opératoire. Cette recherche, si elle met en évidence certains mécanismes et processus à l'œuvre dans la construction du nombre chez l'enfant, ne nous permet pas cependant d'expliquer ce qui se passe lorsque l'enfant s'approprie une *connaissance mathématique telle que l'opération d'addition.*

Car en effet, en faisant référence à la psychologie génétique, il serait réductioniste d'identifier l'acquisition de *contenus mathématiques* avec le développement cognitif. Brun (1979) souligne ce risque de réductionisme: «Certaines transpositions ont en effet abouti à cette identification comme si s'approprier une connaissance mathématique était équivalent à construire son intelligence. (...) Comme pour Piaget en effet, du point de vue épistémologique, les connaissances mathématiques ont leur origine dans les coordinations d'actions, puis les opérations du sujet qu'elles prolongent sans en être dissociées, on pourrait croire qu'un enseignement systématique de ces opérations prises isolément (classification, sériation par exemple), fournirait des contenus d'enseignement garantissant l'acquisition par l'enfant de connaissances spécifiques qui forment la discipline mathématique. Cette interprétation est beaucoup trop limitative, les opérations étant insuffisantes par elles-mêmes pour assurer l'acquisition de ces connaissances. On pourrait dire qu'elles y participent à titre d'ingrédients, mais n'en constituent pas les éléments». Et pourtant, il nous semble que le débat actuel relatif à l'enseignement des mathématiques continue de s'appuyer prioritairement sur le développement opératoire «interne» du sujet, au détriment des aspects plus typiquement culturels et sociaux qu'il comporte (*).

* Si nous insistons ici sur les caractéristiques «typiquement culturelles et sociales» de l'apprentissage mathématique, nous ne considérons nullement que le développement «opératoire» (au sens piagétien) n'est pas lui-même construit *dans et par* un cadre culturel et social bien précis. Tous les travaux cités précédemment sur l'interaction sociale comme facteur du développement cognitif en sont un témoignage.

Le caractère culturel et social des connaissances mathématiques et de leur apprentissage est présent à plusieurs niveaux:

— Au niveau du *contenu*, il nous semble réductioniste (et déroutant pour une didactique des mathématiques) d'identifier les contenus mathématiques à des contenus opératoires. *Les «objets» mathématiques sont des «objets» spécifiques ayant des caractéristiques propres nécessitant un enseignement. En effet, une des caractéristiques des mathématiques est celle d'être constituées par des objets codifiés et réglés selon un système élaboré antérieurement et extérieurement à l'enfant qui doit se les approprier.*

Ces «objets» mathématiques sont ainsi déterminés historiquement et culturellement.

— Le choix des «exemples concrets» (supports des raisonnements) lui aussi est culturel. Ainsi, par exemple, dans le cadre des programmes romands d'enseignement, l'enfant qui doit approcher ces «objets» mathématiques est généralement invité à manipuler d'abord des *objets* «concrets» qui eux sont tout particulièrement marqués socialement: l'objet à manipuler a une existence propre et une signification qui ne sont sans doute pas sans effet sur la pensée de l'enfant à la recherche de modèles mathématiques:

- d'une part, la manipulation d'objets concrets ne constitue pas un travail sur des «objets» mathématiques («le jeune enfant auquel on donne des feuilles de hêtre peut bien les réunir, et même physiquement. La collection qu'il obtient est d'une autre nature que celle qu'il pourrait construire avec des cartes qui portent le dessin d'une feuille de hêtre et de toutes façons, on aura là des «objets» profondément différents du (x/hx) du mathématicien, différents encore des lettres grecques minuscules d'un système formel», Grize 1974).

- d'autre part, les différents objets concrets s'adressent à des enfants aux expériences différentes qui seront plus ou moins stimulés dans leur démarche mathématisante par les différents types d'objets à manipuler. Les caractéristiques de l'objet concret et sa signification pour l'enfant sont étroitement liées à la présentation («l'habillage») de la situation et du problème. Nous nous situons alors au niveau du «contenant», c'est-à-dire des caractéristiques

de la situation concrète proposée à l'enfant pour lui «faciliter» l'appropriation du concept mathématique sousjacent. Lors de sondages auprès d'élèves de 7-8 ans à qui nous présentions deux problèmes de même structure mathématique (mêmes quantités en jeu et mêmes questions) mais qui faisaient intervenir des objets et des contextes différents, nous avons constaté que d'une façon générale les élèves manifestent des préférences pour l'un ou l'autre des deux problèmes: «c'est plus facile», «j'aime mieux les animaux», «je connaissais déjà ce jeu», etc. Tout «concret» semble donc être caractérisé socialement et culturellement et il serait fort probablement illusoire de penser pouvoir faire l'économie de cette composante si l'on veut comprendre l'apprentissage par l'enfant de concepts mathématiques.

— Le caractère culturel et social est présent également au cours de la situation interpersonnelle qui est l'occasion d'un apprentissage de la notion. Par définition, l'acte pédagogique fait appel à des relations interindividuelles qui interviennent — nous avons pu le montrer par ailleurs (Perret-Clermont 1979, Perret-Clermont et Schubauer-Leoni, à paraître) — dans la structuration logique de la pensée.

A la lumière de ces dimensions socio-culturelles de l'apprentissage de connaissances mathématiques, nous estimons particulièrement utile d'une part, de nous pencher sur les *procédures d'acquisition* de ces notions de la part de l'élève, et nous nous situons là dans la problématique décrite par G. Vergnaud (1977) et prolongée par J. Brun (1979) et F. Conne (1979) lors de recherches sur l'analyse des procédures de résolution de problèmes; et d'autre part *d'étudier les représentations elles-mêmes* en tant que systèmes de signifiants utilisés par l'élève et ceci dans les contextes interpersonnels qui les suscitent.

Sastre et Moreno (1977) ont décrit la genèse des représentations symboliques de la quantité. A la lecture de leurs travaux nous nous interrogeons sur le rôle *de la situation*, (conditions du déroulement des entretiens et consignes différentes) qui a suscité les productions obtenues.

Dans le domaine de l'enseignement des mathématiques G. Brousseau et ses collaborateurs de l'IREM de Bordeaux ont travaillé sur des situations didactiques qui font intervenir des relations inter-individuelles de *communication* et d'*interaction*. A propos de la nécessité de valider une assertion, Brousseau affirme: «il (l'élève) doit s'adresser comme un sujet à un autre sujet susceptible d'accepter ou de refuser ses assertions, de lui demander d'administrer des preuves de ce qu'il avance, de lui opposer d'autres assertions». Et encore, sur les questions de formulation: «pour ses démarches de validation, la pensée doit s'appuyer sur des formulations préalables. Les langages s'élaborent eux aussi dans des dialectiques moins spécifiques que celles de la validation. La communication (et ses contraintes) y joue un grand rôle indépendant en partie des problèmes de validité. C'est dans ce cadre que se manifestent le mieux les contraintes d'économie qui commandent les choix mathématiques judicieux» (Brousseau 1976).

Des travaux issus d'autres courants et qui ne portent pas toujours sur la didactique des mathématiques (Freinet 1949; Marenko 1967; Cecchini, Tonucci et al. 1972; Allen 1976) ont démontré à maintes reprises l'efficacité sur le plan pédagogique de certaines modalités de travail collectif sans pour autant expliciter les mécanismes en jeu. Au vu de ces expériences et du succès de certaines méthodes d'animation pédagogique, nous nous sommes proposées d'étudier *expérimentalement* le *rôle du contexte interpersonnel* (en particulier de l'interaction de la communication sociales) dans un champ très particulier: celui de l'actualisation par l'enfant d'un «code»* mathématique tel qu'une écriture équationnelle du type: $a+b-c=x$. Nous faisons l'hypothèse que dans certaines circonstances du moins, le langage mathématique répond à une fonction de représentation et de communication. Vu la spécificité du type de notions mathématiques ici envisagées, il nous semble pertinent de nous poser les questions suivantes: les facteurs ayant des effets bénéfiques lors des interactions

* Le terme «code» ne nous donne pas entière satisfaction. Nous l'utiliserons cependant dans ce texte pour plusieurs raisons:
— il est d'usage courant dans les milieux pédagogiques pour désigner ce type de performance
— il désigne le fruit d'une activité de formulation
— et met en évidence que cette formulation doit être compréhensible, comme tout autre code, au moins par ceux à qui on la destine!

sociales portant sur des épreuves opératoires seront-ils également à l'œuvre dans ces apprentissages spécifiques relatifs au langage des mathématiques? Quel est dans ce cadre le rôle du conflit socio-cognitif? Quels sont les liens entre le niveau opératoire à une épreuve telle que la composition additive du nombre et l'actualisation par l'enfant d'un code formé de signes (les chiffres, les signes + − =) dont l'usage est habituel dans l'enseignement des mathématiques? Une intervention expérimentale qui fait appel à une activité de formulation écrite d'une opération additive peut-elle avoir un effet en retour sur le niveau opératoire (au sens piagétien du terme) du sujet? Et encore, si nous choisissons une population d'enfants de 7-8 ans, c'est-à-dire d'élèves qui ont déjà travaillé à l'école sur des équations (notamment dans le cadre des exercices dits «égalités lacunaires à compléter»): vont-ils recourir à cette écriture équationnelle dans un cadre expérimental extérieur à la classe et sans que la référence au contexte «mathématique» soit clairement explicitée? Aucune consigne du type: «nous allons faire des mathématiques» n'est donnée dans nos recherches. Y aura-t-il un décalage entre leur capacité à résoudre une équation («addition lacunaire») présentée de façon «abstraite» dans un exercice typiquement scolaire et le recours à ce même type d'écriture équationnelle pour rendre compte d'une opération effectuée concrètement devant eux avec des bonbons? Et qu'est-ce que cela implique pour une didactique des mathématiques? S'intéresser aux procédures et représentations plus spontanées de l'enfant cela pourrait signifier qu'on envisage de les traduire en séquences d'enseignement. Ce n'est pas du tout notre objectif: nous pensons par contre, qu'une meilleure connaissance des représentations que l'enfant se fait dans les différentes étapes d'appropriation d'une connaissance mathématique, selon le contexte relationnel (par exemple: dialogue adulte-enfant ou travail collectif entre enfants) et la nature de la situation à mathématiser (matériel, consigne, etc.) pourra participer à la réflexion sur le choix des démarches en didactique des mathématiques. Notre approche se limite à l'essai d'éclairer quelques mécanismes en jeu dans un contexte interpersonnel particulier. Prendre simultanément en compte tout le contexte historique, social et culturel dans lequel l'enfant actualise ses compétences ne peut pas être fait par une démarche unique, à la fois clinique et expérimentale de type «laboratoire» aussi limité que celle présentée ici. Aussi sommes-nous très sensibles aux dangers qu'il y aurait à généraliser abusivement la portée de nos résultats et à tirer trop directement des prétendues «applications» pédagogiques; mais nous estimons aussi qu'il n'est pas possible de faire l'économie de ce «regard expérimental» qui permet de construire des situations théoriquement plus ou moins favorables à l'appropriation par l'individu de connaissances mathématiques et de tester ou d'évaluer ensuite le bien-fondé de ces prédictions. Il est clair cependant que le choix ultérieur de modalités d'interventions pédagogiques dans le cadre d'une classe ne reposera pas uniquement sur ces données «scientifiques» et nécessitera aussi l'élaboration d'une pratique qui tienne compte des contextes institutionnels, des objectifs pédagogiques, du nombre et de la diversité des élèves, des contraintes de temps et d'espace, de la formation et des attentes des enseignants, etc.

L'expérience que nous présentons ici n'a donc pas été effectuée dans le cadre habituel d'un enseignement de mathématiques; les sujets de notre échantillon ont simplement accepté de sortir de la classe pour faire un «jeu» avec nous! Rechercher *comment* des pratiques pédagogiques pourraient essayer de faire appel aux mêmes mécanismes psycho-sociaux que ceux que nous identifions «en laboratoire» et vérifier qu'elles ont bien les mêmes effets, est en soi un objet d'étude, différent de celui que nous présentons ici et que nous examinerons ultérieurement, en collaboration avec des enseignants.

II. METHODE

Notre recherche s'est déroulée en trois phases: un prétest d'abord, suivi de situations sociales d'apprentissage différentes selon les groupes expérimentaux, et finalement un post-test.

1. LE PRE-TEST

1.1. Population: 89 enfants de 2ème primaire (7-8 ans) appartenant à 5 classes d'un même ensemble scolaire d'une cité satellite genevoise.

1.2. Technique

Pré-test: première partie.

Elle consiste en une *épreuve papier-crayon* semblable à celles en usage régulièrement dans les classes de 2ème primaire. Elle comprend des égalités lacunaires à compléter, du genre: «a+b=...», «a...b=c», «a+...=c», etc.

La passation a été effectuée dans chacune des cinq classes, collectivement (*), par un expérimentateur «aveugle» (**), ceci afin d'éviter de suggérer l'utilisation du formalisme d'un tel langage de type équationnel dans la suite de l'expérience. Le détail du contenu et les consignes de cette épreuve papier-crayon sont donnés dans l'Annexe 1.

Pré-test: deuxième partie.

Elle a lieu une semaine après le test papier-crayon et comprend elle-même deux épreuves:

A) Passation individuelle d'une épreuve opératoire de composition additive du nombre (***).

Cette interrogation porte sur l'identification d'un «tout» au travers des différentes compositions additives de ses parties: (7+1) et (4+4). Le sujet est appelé à se prononcer sur l'équivalence entre deux tas de 8 bonbons: il a le droit de les manger en deux fois. L'un en commençant par 4 bonbons et 4 autres ensuite; l'autre en commençant par un bonbon puis 7. La passation est effectuée selon la méthode clinique avec les contre-suggestions habituelles. Le principe de la contre-suggestion est le suivant: lorsque l'enfant justifie l'équivalence des deux collections en disant par exemple: «il y a la même chose... Ils sont placés autrement les bonbons... mais ça fait la même chose beaucoup de bonbons à manger ici (4+4) et ici (1+7), l'expérimentateur

* La consigne est donnée à l'ensemble des élèves d'une classe («collectivemen»), mais chaque enfant répond individuellement et par écrit.

** Expérimentateur extérieur à notre équipe de recherche et non informé des objectifs de cette investigation.

*** «Opératoire» au sens piagétien du terme. Pour cette étude nous avons estimé utile de situer le niveau des sujets dans le cadre du développement opératoire et tout particulièrement dans le domaine de la compréhension des collections numériques «ou la réunion arithmétique des parties d'un même tout constitue l'une des opérations fondamentales qui engendre le nombre lui-même: l'addition». (Piaget, Szeminska 1941).

intervient alors en disant: «un autre enfant m'a dit qu'il n'y en a pas autant de bonbons (ou toute autre formulation utilisée antérieurement par l'enfant) parce qu'ici il y a un gros tas (7 bonbons), alors l'enfant me disait qu'ici (1+7) il y a plus de bonbons et ici (4+4) moins... Toi, qu'est-ce que tu crois, il a raison ou il se trompe ce petit enfant? qu'est-ce que tu lui dirais?» Par contre, lorsque l'enfant nie l'équivalence des deux collections, l'expérimentateur propose alors à l'enfant de constituer deux collections de même valeur (4+4 et 4+4), lui fait constater l'égalité et l'équipotence, puis transforme une collection de (4+4) en (7+1) en disant: «un autre enfant m'a expliqué que en tout c'est toujours la même chose beaucoup de bonbons $(1+7=4+4)$; il y en a toujours autant dans les deux tas, mais seulement dans un tas (4+4) on mange plus la première fois et dans l'autre tas (1+7) plus la deuxième fois; qu'est-ce que tu crois, il a raison cet enfant ou il se trompe?»

Cette épreuve opératoire permet de dépister trois niveaux:

— *le premier stade:* refus catégorique de l'équivalence entre (7+1) et (4+4).

— *le second stade:* égalité construite par composition additive mais avec vérification préalable (par des conduites de mise en correspondance ou de numération). Ici les premières réactions sont souvent semblables à celles du 1er stade. Mais le sujet change d'avis par la suite tout en se contredisant. Parfois l'enfant propose d'emblée l'équivalence, mais il ne résiste pas aux contre-suggestions de l'expérimentateur. Nous avons distingué cette deuxième attitude (non résistance aux contre suggestions) en l'appelant: *stade 2/3.*

— *le troisième stade:* équivalence immédiate sans coordinations intuitives préalables. Le tout est devenu invariant et il est le résultat de la composition additive des parties. Selon J. Piaget et A. Szeminska (1941) ceci semblerait constituer un prérequis fondamental de la compréhension de l'addition et de la soustraction arithmétique.

B)Deuxième épreuve individuelle: une manipulation faisant intervenir des opérations d'addition et de soustraction avec formulation écrite subséquente.

Cette passation est effectuée individuellement et tout de suite après l'épreuve opératoire. Le matériel consiste en un tas de bonbons et un cornet en tissu non transparent. L'expérimentateur (E) demande au sujet (S) de bien observer ce qui va se passer. E prend 2 bonbons, les montre à S et les met dans le cornet. Puis il prend à nouveau 4 bonbons, les montre à S, et les met dans le cornet. Enfin, il retire 1 bonbon du cornet et demande à S «s'il est possible de savoir combien de bonbons il y a à la fin dans le cornet». Au cours de la manipulation l'E ne commente pas les actions et surtout il évite de prononcer les mots «j'ajoute» et «j'enlève». S est invité à raconter ce qui s'est passé avec les bonbons pour en avoir x à la fin dans le cornet. Si nécessaire E introduit un apprentissage de l'opération, à savoir que si l'enfant ne sait pas composer les quantités, E refait la manipulation en faisant verbaliser par S chaque action jusqu'à ce qu'il trouve la composition exhaustive et le bilan correct. C'est à ce moment seulement que E propose une feuille de papier et un crayon à S et lui donne la consigne suivante: «il te faut expliquer, tout ce qui s'est passé avec les bonbons, et combien il en reste à la fin, à un autre enfant qui n'a pas vu ce que nous avons fait avec les bonbons. Débrouille-toi pour lui faire comprendre ce que nous avons fait avec les bonbons pour en avoir 5, à la fin, dans le cornet». E attire l'attention de S *sur les actions effectuées* et non sur l'habillage de la situation (cornet, couleur des bonbons, expérimentateur, etc.) Une fois le codage terminé, E ne porte aucune évaluation sur la production du sujet. Il est important de noter que pour la présente recherche nous avons choisi de mettre l'enfant dans une situation particulière: la notation écrite intervient uniquement au moment où le sujet est en mesure de résoudre mentalement l'opération additive requise. C'est seulement lorsque l'opération a été explicitée verbalement que nous proposons à l'enfant de procéder à une notation.

Cette deuxième partie du pré-test nous a permis de répartir les productions en deux grandes catégories et de sélectionner sur cette base les sujets des groupes expérimentaux de façon à ne retenir que ceux ayant des conduites B.

A- notations faisant appel au formalisme mathématique. Le codage y est effectué sous forme d'une écriture de type équationnel (complète ou partielle). Les quantités y sont alors représentées par des chiffres et les transformations par des signes opératoires.

B- notations sans recours au formalisme mathématique. Dans cette catégorie nous avons classé toutes les autres productions: langage naturel, dessin, suite chiffrée (si celle-ci se limite à désigner des quantités mais sans représenter les transformations à l'aide des signes «+», «−», «=».

La typologie des notations, avec ou sans recours au formalisme, est présentée dans l'Annexe 2.

Pour la suite de l'expérience, nous n'avons conservé que les sujets qui utilisent un codage classé «sans formalisme» lors de cette dernière phase du pré-test.

2. LA SITUATION EXPERIMENTALE

2.1. *Population:* Elle comprend maintenant les 52 sujets qui ont produit au pré-test une notation classée «sans formalisme» (B).

2.2. *Technique:* Nous avons constitué quatre groupes expérimentaux qui peuvent être décrits de la façon suivantes:

Groupe expérimental 1 (GE1) — interaction entre pairs avec communication à un troisième : 2 enfants codent ensemble un message en vue de le communiquer à un troisième enfant du même degré scolaire qui devra le décoder en présence de l'expérimentateur et des deux codeurs.

Groupe expérimental 2 (GE2) — interaction entre pairs: 2 enfants codent ensemble un message que seul l'expérimentateur verra et sur lequel il n'emettra pas de jugement.

Groupe expérimental 3 (GE3) — communication à un pair: 1 enfant code un message qu'un deuxième enfant devra décoder en présence de l'expérimentateur et du codeur.

Groupe expérimental 4 (GE4) — sans interaction ni communication avec des pairs : 1 enfant code un message que seul l'expérimentateur verra et sur lequel il n'émettra pas de jugement.

Le matériel et les consignes sont identiques pour les quatre groupes expérimentaux. Les enfants sont invités à constituer «deux bouquets de fleurs pour la maîtresse» (2 fleurs et 6 fleurs) et à les composer en un seul bouquet (2+6=8), puis «à offrir 3 fleurs à un autre enfant de l'école qui veut aussi faire cadeau de quelques fleurs à sa maîtresse». «Combien de fleurs y-a-t-il à la fin dans le bouquet pour votre maîtresse?» (8-3 x). Le bouquet final est caché de la vue des enfants pour qu'ils soient obligés de composer les données du problème.

Lorsque les enfants sont deux pour coder (GE1 et GE2), ils disposent d'une seule feuille de papier et d'un seul crayon. Cette contrainte (une feuille de papier et un crayon) a été introduite afin de favoriser l'interaction entre codeurs et d'éviter deux productions parallèles. Ceci oblige les enfants à se concerter, à trouver un accord quant à la production commune. Dans les quatre groupes expérimentaux, le but annoncé aux élèves est celui de *« faire comprendre à un autre enfant ce qui s'est passé avec les fleurs pour en avoir 5 à la fin dans le bouquet»*. La consigne est donc proche de celle du pré-test, mais pour GE1 et GE3, le codage est réellement soumis à un pair qui le décode en présence du (ou des) codeur(s).

La *consigne de décodage* est la suivante: *«ton camarade (tes camarades) a (ont) essayé de t'expliquer sur cette feuille ce que nous avons fait avec ces fleurs (en tas sur la table), dis-nous ce que tu comprends.»*

Lorsque le décodeur ne comprend pas entièrement le message, le (les) codeur(s) recomme(nt) ou perfectionne(nt) le premier codage en l'absence du décodeur. Ensuite, cette deuxième production est proposée à nouveau à l'enfant décodeur. Aux sujets des groupes avec décodeur (GE1 et GE3) il est demandé d'effectuer un deuxième codage suite à l'incompréhension du décodeur; aux sujets des groupes sans décodeur (GE2 et GE4) il est demandé de coder une situation presque identique à la première (3+5=8, 8−2=6) et avec le même «habillage» relatif aux fleurs.

La composition des couples pour les groupes en interaction (GE1 et GE2) a été effectuée en fonction des notations classées «sans formalisme» au pré-test. Nous avons constitué des couples d'enfants qui ont utilisé des codages différents lors du pré-test: par exemple un enfant qui code par le dessin avec un pair qui utilise plutôt le langage naturel.

3. LE POST-TEST

3.1. *Population:* les 39 codeurs de la situation expérimentale.

3.2. *Technique:* les sujets sont à nouveau testés individuellement et selon les mêmes procédures que celles des deux situations de la deuxième partie du pré-test, à savoir:

A) l'épreuve de composition additive du nombre

B) la manipulation et notation subséquente d'une opération et de soustraction (bonbons).

Le déroulement et les consignes sont identiques à celles du pré-test. Les entretiens sont individuels. Cette dernière phase de l'expérience est effectuée une semaine après la situation expérimentale.

III. RESULTATS

1. PRE-TEST

1.1 Stade opératoire à l'épreuve de composition additive du nombre et résolution d'additions lacunaires.

Nous nous attendons à ce que l'enfant soit d'autant plus susceptible de compléter correctement les égalités lacunaires du pré-test qu'il sera plus avancé sur le plan opératoire à l'épreuve de composition additive du nombre. Mais nous nous attendons aussi à ce que le *troisième stade à l'épreuve de composition additive du nombre ne soit ni une condition absolument nécessaire, ni une condition suffisante pour réussir l'épreuve des égalités lacunaires.* Nous pensons observer d'une part des sujets qui manifestent d'excellentes performances lorsqu'il s'agit de compléter une écriture équationnelle (parce qu'ils l'ont exercée spécifiquement en classe) même s'ils n'ont pas achevé la construction opératoire à l'épreuve de composition additive du nombre; et d'autre part nous nous attendons à ce que le fait d'avoir achevé cette construction opératoire n'implique pas nécessairement que l'enfant sache résoudre des opérations présentées sous forme d'équations dans une épreuve d'additions lacunaires. En effet, il nous semble que cette maîtrise de l'équation fait appel à une dimension spécifique qui doit faire l'objet d'un *enseignement:* l'enfant doit pouvoir prendre connaissance de ce formalisme mathématique avant et afin de se l'approprier.

Nous avons considéré la *répartition des sujets en fonction de leurs résultats à l'épreuve papier-crayon (nombres de fautes) et du stade opératoire à l'épreuve de composition additive du nombre.*

Dans les résultats recueillis (peu dispersés certes puisqu' aucun de ces enfants de deuxième primaire n'est au stade 1 à l'épreuve de composition additive du nombre) il n'apparaît pas possible selon les indices statistiques que nous avons (test de Jonckheere*) d'affirmer que plus les enfants seraient avancés dans le niveau opératoire à l'épreuve choisie, moins ils feraient de fautes à l'épreuve papier-crayon d'égalités lacunaires. *Le stade 3 à l'épreuve de composition additive du nombre ne constitue,* d'après nos données, *ni une condition nécessaire à la résolution sans faute du test papier-crayon* (puisque 5 sur 18 sujets (28%) des stades 2 et 2/3 parviennent à la même performance); *ni une condition suffisante à cette résolution d'égalités lacunaires* (puisque 48 sur 71 (67%) des sujets de ce stade effectuent au moins une faute dans ces égalités). Contrairement à notre attente il ne semblerait donc pas que plus le niveau opératoire à cette épreuve serait avancé mieux le test lacunaire serait réussi. En revanche, l'hypothèse concernant la spécificité des deux compétences semble particulièrement bien illustrée: l'achèvement de la *construction* opératoire à l'épreuve de composition additive du nombre ne constitue ni une condition nécessaire, ni une condition suffisante, pour répondre correctement à l'épreuve papier-crayon. Il est possible que ces données reflètent des évolutions génétiques parallèles faisant appel à des compétences spécifiques qui toutes deux évolueraient avec l'âge, l'expérience et l'instruction, mais dont l'une n'implique pas nécessairement l'autre.

1.2 Stade opératoire à l'épreuve de composition additive du nombre et représentation écrite d'opérations additives.

Lors du pré-test il était demandé aussi à l'enfant de coder les opérations d'addition et de soustraction effectuées avec les bonbons «de façon à faire comprendre à un autre enfant tout ce qui s'est passé avec les bonbons pour en avoir

* Une présentation de ce test statistique portant sur deux échelles ordinales, et du test analogue de la somme des rangs (une échelle nominale et une échelle ordinale) utilisé plus loin dans l'analyse, est donnée dans l'ouvrage de Leach (1979). Le recours à un test statistique se veut ici un moyen de systématiser nos appréciations de l'amplitude relative des tendances qui apparaissent dans nos données.

autant à la fin du jeu». Etant donné qu'il s'agissait pour l'enfant de construire une modalité de représentation du nombre, de désigner des signifiés, nous faisions l'hypothèse que les sujets qui ont achevé la construction opératoire de ces signifiés (sous forme de composition additive du nombre) auraient recours plus facilement que les autres au langage mathématique de type équationnel qui est le formalisme enseigné à l'école. Or, les données recueillies contredisent cette hypothèse car *la répartition des sujets selon leur stade opératoire à l'épreuve de composition additive du nombre et le type de représentation qu'ils utilisent dans le codage pour traduire l'opération effectuée*, ne présente pas de tendance statistique significative qui permettrait d'affirmer que plus la construction opératoire de la composition additive du nombre serait avancée, plus l'enfant recourerait au formalisme de l'écriture équationnelle pour coder une opération d'addition et de soustraction. Le stade 3 à l'épreuve opératoire choisie ne semble pas constituer une condition suffisante pour recourir au formalisme mathématique puisque 50 des 71 sujets de ce stade (70%) ne le font pas.

Si nous procédons à une analyse plus fine des productions utilisant le formalisme selon les différents niveaux d'écriture(*) (la formulation des égalités en jeu pouvant être plus ou moins correcte et pertinente), retrouverons-nous les mêmes résultats? Et surtout allons-nous voir apparaître le stade 2/3 comme une condition nécessaire pour que l'enfant recoure au formalisme de façon correcte et complète (catégories I et II*)?

* Voir l'Annexe 2 qui présente la typologie des différents niveaux (I/II/III/IV/V/VI/VII) de recours au formalisme.

Tableau 1 : Répartition des sujets selon leur stade opératoire à l'épreuve de composition additive du nombre et leur type de codage.

	codage avec recours au formalisme de l'écriture de type équationnel						codage sans formalisme	nombre total de sujets
	I/II	III	IV	V	VI	VII		
stade 3	8	6	3	2	0	2	50	71
stade 2/3	1	1	0	1	0	0	5	8
stade 2	0	0	0	0	1	0	9	10
totaux	9	7	3	3	1	1	64	89

Nous constatons d'abord que l'analyse plus fine qui distingue des niveaux différents parmi les productions utilisant le formalisme donne pratiquement les mêmes résultats statistiques non significatifs (test de Jonckheere $z = .089$, $p = .18$). Nous pouvons cependant constater que le seul sujet du stade 2 qui utilise une notation avec formalisme est classé dans la catégorie très faible VI (composition exhaustive mais formulation partielle: $2 + 4 = 5$ car le sujet n'explicite pas la soustraction (-1)).

Il semble donc qu'élaborer, construire et surtout savoir recourir au formalisme mathématique sont des compétences qui ne peuvent pas être confondues avec l'élaboration de la notion opératoire de composition additive du nombre au sens piagétien. La représentation de cette notion sous forme d'écriture de type équationnel comporterait une dimension spécifique dont la dynamique de la construction doit encore faire l'objet d'une étude spécifique. C'est ce que nous tenterons plus loin, dans la deuxième partie du présent travail, en donnant à cette construction le statut d'une variable dépendante des différentes conditions expérimentales de sa production.

1.3. Résolution d'égalités lacunaires et recours au forma-

lisme de l'écriture équationnelle dans des activités de codage.

Nous faisons l'hypothèse que l'enfant recourt au formalisme de l'écriture mathématique de type équationnel d'autant plus aisément qu'il est en mesure de résoudre correctement des problèmes d'additions lacunaires présentés dans ce même type d'écriture.

Tableau 2 : Répartition des sujets selon leurs résultats au test papier-crayon (nombre de fautes dans les égalités lacunaires) et leurs représentations écrites (avec ou sans recours au formalisme) d'opérations additives.

		nombre de fautes au test papier-crayon								nombre total de sujets
		0	1	2	3	4	5	6	7/8	
avec recours au formalisme	I	5 }7	1 }2	0	0	0	0	0	0	6 }9
	II	2	1	0	0	0	0	0	0	3
	III	4	0	2	1	0	0	0	0	7
	IV	2	1	0	0	0	0	0	0	3
	V	2 }8	0 }1	0 }3	1 }2	0 }0	0 }1	0 }1	0 }0	3 }16
	VI	0	0	0	0	0	0	1	0	1
	VII	0	0	1	0	0	1	0	0	2
sans recours au formalisme		13	18	8	6	8	6	2	3	64
totaux		28	21	11	8	8	7	3	3	89

La relation entre ces deux aptitudes atteint un seuil très significatif au test de Jonckheere ($z = 3.43$, $p = .0002$). En regroupant les catégories on constate, par exemple, que parmi les 28 sujets qui ne font aucune faute au test papier-crayon plus de la moitié (15 sujets) recourent au formalisme de l'écriture équationnelle, alors que ce n'est le cas que pour 10 des 61 sujets qui font des erreurs dans cette épreuve. Et pourtant, il ne suffit pas que l'enfant maîtrise la résolution de ce type d'égalités lacunaires pour qu'il recourt effectivement au formalisme lors d'une notation

d'actions puisque 13 des 28 élèves qui ne font aucune faute au test n'utilisent pas ce formalisme dans leur codage. On constate cependant que les élèves qui codent par une écriture de niveau I ou II (c'est-à-dire du type: $a+b-c=x$ ou $a+b=x_1$ $x_1-c=x_2$) ne font jamais plus d'une faute au test papier-crayon.

Les deux compétences s'avèrent donc étroitement liées mais il est cependant impossible de réduire une compétence à l'autre.

1.4. Conclusions relatives à l'analyse du pré-test et problématique pédagogique.

De l'ensemble des données de ce pré-test nous retenons donc qu'il semble exister un lien entre la capacité à résoudre des égalités lacunaires présentées dans le formalisme de l'écriture de type équationnel et le recours à ce mode d'écriture dans une situation de codage d'une suite d'actions additives. Mais la maîtrise de ces épreuves lacunaires scolaires n'implique pas nécessairement que l'enfant recourt à ce formalisme lorsqu'il doit coder une suite d'opérations dans un autre contexte.

D'autre part, en ce qui concerne le niveau opératoire du sujet à l'épreuve piagétienne de composition additive du nombre, nos résultats montrent que l'achèvement de la construction opératoire de cette notion n'est une condition ni pour la résolution correcte d'égalités lacunaires, ni pour le recours au formalisme de l'écriture équationnelle dans un autre contexte. Ces résultats confirmeraient alors nos hypothèses quant à la dimension «culturelle» du formalisme mathématique dont l'appropriation, pour une tâche de codage comme celle que nous étudions ici, semble nécessiter des apprentissages spécifiques autres que la seule construction opératoire au sens piagétien. Nous ne pouvons tirer des conclusions trop hâtives de ces résultats, n'ayant utilisé qu'une seule épreuve opératoire et une seule tâche de codage d'actions, mais ces données semblent déjà montrer que l'appropriation par l'enfant d'un formalisme mathématique pour une telle activité de formulation écrite d'une suite d'actions sur des quantités, ne peut en tous cas pas être réduite à la seule dimension opératoire de la notion de composition additive du nombre. A ce sujet, on peut s'interroger sur le *rôle* que *la méthode d'enseignement* mise en œuvre par le maître titulaire de la classe (et sur laquelle nous ne pouvions pas intervenir dans le cadre de cette recherche) pourrait avoir sur ce type de compétences chez les enfants et sur la nature des liens entre compétences. Notre attention pour cette question a été particulièrement éveillée par l'apparition de différences marquées dans les résultats de l'une des cinq classes de notre population. En effet si les performances des élèves de cette classe (classe x) ne se distinguent pas statistiquement de celles des autres quant au niveau opératoire et à la capacité à résoudre des égalités lacunaires, par contre, ces élèves recourent beaucoup plus souvent au formalisme de l'écriture équationnelle que les enfants des autres classes (test de la somme des rangs(*) : $z=4.01$ $p=.00003$).

Tableau 3 : Comparaison de la classe X et des autres classes de deuxième primaire quant au recours au formalisme lors du codage.

	avec recours au formalisme						sans recours au formalisme	nombre total de sujets
	I/II	III	IV	V	VI	VII		
classe X	1	5	1	1	1	1	2	12
autres classes	8	2	2	2	0	1	62	77
totaux	9	7	3	3	1	2	64	89

Ainsi, les élèves de cette classe ne sont pas plus avancés dans la construction opératoire de la notion de composition additive du nombre et effectuent autant d'erreurs au test papier-crayon que leurs camarades des autres classes testées; en revanche ils sont plus avancés dans l'apprentissage du recours au formalisme de l'écriture de type équationnel pour coder des opérations additives. Il est encore intéressant de souligner que le seul élève qui propose un début de recours à ce formalisme ($2+4=5$) tout en étant au deuxième stade à l'épreuve piagétienne, est scolarisé dans la classe x.

* **Description dans Leach (1979).**

Ayant constaté ces différences dans cette classe x de deuxième primaire, nous nous sommes alors renseignées sur les méthodes pédagogiques utilisées pour découvrir que la maîtresse a justement travaillé le symbolisme mathématique par des «jeux de communication de messages», c'est-à-dire par une activité d'interaction sociale dont nous avions, comme la suite de l'expérience le montrera, de bonnes raisons de croire qu'elle est spécialement apte à stimuler ce *type de mise en relation de compétences différentes*. Les résultats différents dans les cinq classes de notre échantillon nous invitent aussi à réfléchir sur le danger de surgénéralisation qui existe lorsqu'on formule des lois générales en psychologie génétique qui ne tiennent pas compte des *caractéristiques spécifiques des conditions pédagogiques d'apprentissage* qui ont présidé à l'élaboration des connaissances étudiées.

D'autre part, le fait que les élèves de la classe x se différencient des autres exclusivement en ce qui concerne le troisième type de compétence, le recours au formalisme du langage mathématique — et nous savons qu'ils l'ont exercé spécifiquement — semble soutenir notre hypothèse concernant une relative indépendance des apprentissages de connaissances «culturelles» — tel que «le langage» des mathématiques — des connaissances «opératoires» au sens piagétien.

2. ANALYSE DES POST-TESTS ET EFFETS DES DIFFERENTES CONDITIONS EXPERIMENTALES.

A la suite du pré-test, les sujets *qui n'utilisaient pas* spontanément *le formalisme* ont été appelés à participer à une nouvelle activité de codage selon les modalités de l'une ou de l'autre des quatre conditions expérimentales décrites précédemment. Une semaine plus tard ils passaient le post-test qui reprenait alors un certain nombre des questions du pré-test.

Nous considérerons ici les différences de performances constatées lors du post-test en fonction de la participation des sujets aux différentes conditions expérimentales avec l'hypothèse qu'elles seront diversement favorables à une évolution cognitive des sujets quant à leur recours au formalisme. C'est donc ici surtout les *conséquences* de la participation à un type plutôt qu'à un autre d'interaction sociale (en d'autres termes aux conséquences différentes des interactions pédagogiques des conditions expérimentales) qui retiendront notre attention. Il pourrait être intéressant aussi de comparer les productions collectives (premières notations du temps II de l'expérience) avec celles du pré-test (temps I) afin de discerner l'effet immédiat de l'interaction ou de la condition sociale de production d'une performance, mais nous savons déjà que l'interprétation d'une différence éventuelle entre performances individuelles ou collectives est très difficile en dehors d'un plan expérimental plus complexe (voir à ce sujet la discussion de Moscovici et Paicheler, 1973). Nous nous centrerons donc principalement ici sur l'effet différentiel des conditions expérimentales sur les post-tests (temps III).

A. Résultats des sujets lors du post-test à l'épreuve de composition additive du nombre.

Les 39 sujets codeurs des 4 conditions expérimentales ont donc passé à nouveau au post-test l'épreuve de composition additive du nombre afin de vérifier un éventuel effet du temps II (conditions expérimentales différentes de codage) sur leur niveau opératoire au temps III. Les résultats montrent que *tous* les élèves de notre population atteignent alors le *troisième stade* à cette épreuve de composition additive du nombre. Les 10 sujets qui étaient au deuxième stade et les 8 sujets du stade 2/3 lors du pré-test ont donc tous montré un progrès lors du post-test. Les situations expérimentales qui comportaient toutes des codages d'opérations additives, sont-elles la cause de cette progression? Si ce résultat pouvait être confirmé il serait intéressant... mais pour le moment nous ne pouvons que regretter de constater que l'épreuve choisie s'avère ne point être discriminante pour ces conditions expérimentales dans notre population; et il nous manque alors aussi une condition contrôle d'un éventuel effet test-retest. L'existence ou non de liens entre niveaux opératoires des sujets et leurs représentations écrites d'opérations additives restent donc encore à explorer par de nouvelles investigations expérimentales.

B. Résultats des sujets lors du post-test à l'épreuve de notation d'une opération d'addition et de soustraction en fonction des différentes conditions expérimentales

Nous avons émis l'hypothèse d'une hiérarchie des effets des conditions expérimentales, à savoir:

– une supériorité de GE1 sur GE2 (dans les deux cas les sujets doivent interagir puisqu'ils codent ensemble un même message mais ce n'est qu'en GE1 que celui-ci est effectivement lu par un décodeur)

– une supériorité de GE3 sur GE4 (les sujets de GE3 et GE4 travaillent tous isolément mais ceux de GE3 bénéficient de la lecture d'un décodeur)

– une supériorité de GE1 sur GE3 (dans les deux cas le message est lu par un décodeur, mais seulement en GE1 les sujets interagissent pour produire le message)

– une supériorité de GE2 sur GE4 (les sujets de GE2 et GE4 ne bénéficient pas de la lecture d'un décodeur, les sujets de GE2 interagissent lors du codage).

Nous nous attendions donc à des progrès plus importants sur les sujets de GE1 que pour ceux des autres groupes.

Ces hypothèses reposent sur la prévision:

– qu'un *conflit socio-cognitif* interviendrait entre les partenaires en interaction *quant aux modalités de cotation* dans les conditions GE1 et GE2 (les deux sujets sont choisis pour être partenaires parce que leurs productions lors du pré-test sont différentes. Ils doivent maintenant parvenir à un codage commun unique et se trouvent donc devant la nécessité de se mettre d'accord sur un code et sur sa signification pour un décodeur).

– qu'un *conflit de communication* apparaîtrait pour GE1 et GE3 lors de la confrontation avec le pair décodeur étant donné que fort probablement celui-ci ne comprendrait pas d'emblée le message qui lui est adressé surtout si ce dernier est produit sans faire recours au formalisme habituel.

Ainsi la supériorité absolue du *premier groupe expérimental (GE1)* se justifierait par le fait que les sujets de ce groupe bénéficieraient de deux types de conflits: le conflit lors de la cotation (puisque la notation est effectuée en interaction) et le conflit de communication (puisque les codeurs de GE1 subissent le décodage d'un pair et «vérifient» ainsi comment leur message est compris par un camarade). Ce double aspect d'interaction et de communication entraînerait, selon notre hypothèse, l'élaboration d'un code de plus en plus *explicite*, voire un recours plus systématique au formalisme appris en classe lors des leçons de mathématiques. Le contexte relationnel créé en GE1 devrait être particulièrement propice à la formulation d'un code qui serait de moins en moins «personnel» et de plus en plus «social», c'est-à-dire intelligible pour autrui.

Le deuxième groupe expérimental (GE2), dans lequel les enfants travaillent en interaction, ne bénéficierait que du premier type de conflit (cotation). Bien que la consigne indique que le codage doit être effectué «de façon à ce qu'un autre enfant puisse comprendre ce qui s'est passé», la confrontation avec un décodeur ne reste que virtuelle pour ce groupe, d'où l'infériorité présumée par rapport à GE1.

Le troisième groupe expérimental (GE3) comporte un décodage individuel (donc pas de conflit de cotation avec un pair) et la soumission du message au décodage d'un camarade. Ce groupe bénéficierait alors, selon notre hypothèse, d'un conflit de communication.

Nous n'avons pas prévu de hiérarchie entre GE2 et GE3: vu la nature différente des conflits provoqués dans les deux groupes, nous ne possédons pas d'éléments théoriques pour estimer que le conflit que susciterait l'interaction lors de la cotation (GE2) aurait plus ou moins d'impact que le conflit de communication (GE3).

Quant au *quatrième groupe expérimental (GE4)* (le sujet y code seul et ne soumet pas son message à un pair): le seul élément conflictuel pour l'enfant pourrait être sa confrontation à l'«insatisfaction implicite» de l'adulte qui lui demande de faire plusieurs productions car, rappelons-le, les sujets de ce groupe expérimental effectuent le codage de la phase expérimentale dans le même contexte relationnel qu'au pré-test (relation adulte expérimentateur — enfant).

Ainsi, bien que l'expérimentateur s'abstienne de porter des jugements sur la production de l'enfant, vraisemblablement ce dernier cherchera à détecter des éléments d'approbation ou de critique chez l'adulte, seul interlocuteur de la situation. Dans le cadre scolaire habituel l'élève n'est jamais appelé à «refaire» un travail identique ou fort

semblable si le premier est jugé correct par l'enseignant, par contre il doit souvent «corriger» un travail incorrect Dans le cadre expérimental qui nous concerne, comment l'enfant va-t-il décoder la demande réitérée de l'expérimentateur de refaire les tâches qu'il lui adresse? Il n'est jamais dit clairement à l'enfant que son travail est peu satisfaisant mais pourtant on lui demande de recommencer... Ce type de relation interpersonnelle pourrait être une source de conflit socio-cognitif (M. Lévy, thèse de doctorat en cours) pour l'élève à cause de cet éventuel implicite dans la demande de l'adulte. Peut-on attendre alors une supériorité de GE3 sur GE4, la confrontation explicite à un pair étant plus susceptible de favoriser des progrès que la confrontation «implicite» à un adulte qui ne donne point d'information complémentaire?

De même peut-on attendre une supériorité de GE2 sur GE4 en considérant que le conflit socio-cognitif à l'œuvre dans l'interaction entre pairs aurait plus d'impact que l'inférence à un implicite éventuel dans le questionnement de l'adulte (GE4)? Examiner ces questions peut être aussi l'occasion de réfléchir la nature de cette relation habituelle de maître à élève.

Les effets différents de ces quatre conditions expérimentales devraient se manifester dès la deuxième notation* de la phase expérimentale, suite au conflit de communication avec le décodeur, et subséquemment au niveau individuel lors du post-test.

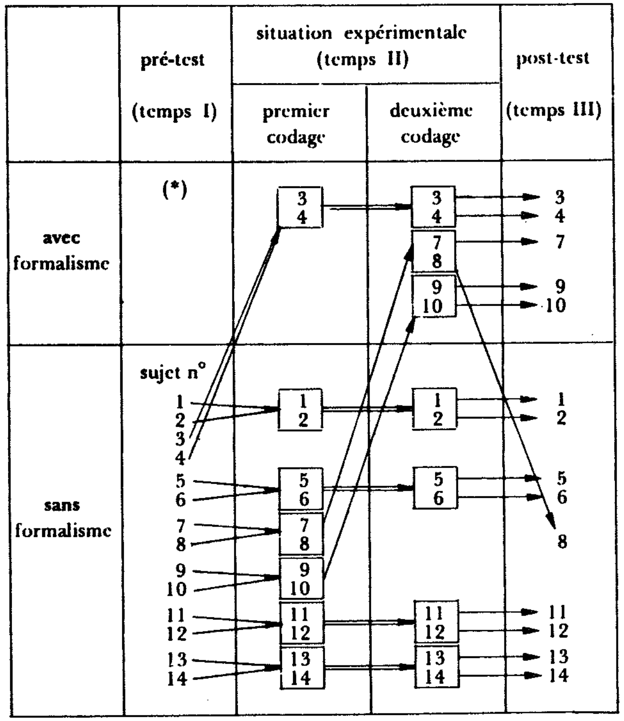
La lourdeur du paradigme expérimental et les longues passations qu'il nécessite nous ont contraintes à ne faire appel qu'à un nombre réduit de sujets. Nous avons surtout procédé à une analyse clinique et qualitative des données, mais chaque fois que nous l'avons estimé possible nous avons opéré des analyses statistiques de tendances pour systématiser notre évaluation des ordres de grandeur des différences perçues.

* Nous rappelons que les sujets de GE1 et GE3 effectuent un deuxième codage suite à l'incompréhension du décodeur, et que GE2 et GE4 procèdent à une deuxième manipulation (presque identique à la première) qu'ils recodent. Cette deuxième notation en GE2 et GE4 nous semble méthodologiquement nécessaire pour permettre la comparaison entre les 4 groupes expérimentaux (chaque groupe effectuant ainsi le même nombre de codages).

Nous avons procédé à deux dépouillements et donc à deux analyses des productions:
a) La première (voir plus haut) distingue les codages «avec formalisme» de ceux «sans formalisme». Les sujets effectuant lors du pré-test des codages classés «sans formalisme». y recourent-ils de façon nouvelle dans les phases subséquentes de l'expérience? Et avec des fréquences différentes dans les quatre groupes expérimentaux?
b) La deuxième analyse cherche à déterminer si la notation du post-test est éventuellement plus complète et plus explicite que celle du pré-test quelle que soit la modalité (avec ou sans formalisme) de formulation utilisée et ceci selon les conditions expérimentales.

*a. Résultats concernant le recours au formalisme de l'écriture équationnelle**.

Tableau 4 : Recours des sujets de GE1 au formalisme dans leurs codages lors des différentes phases expérimentales.



(Les tableaux 4 bis, 4 ter et 4 quater décriront de la même façon les conduites des sujets des groupes GE2, GE3 et GE4).

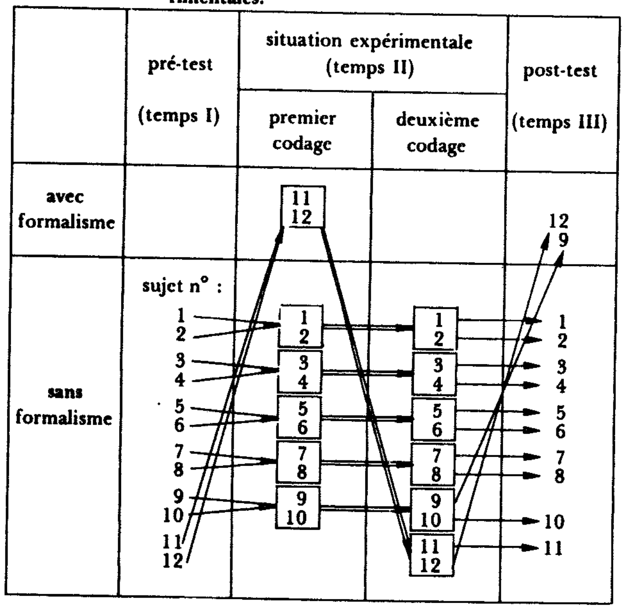
* Rappelons que pour cette recherche n'ont été conservés pour les phases expérimentales que les sujets *produisant des codes «sans formalisme» lors du pré-test.*
Les sujets de GE1 sont désignés dans ce tableau par des nombres. Lorsque les nombres sont encadrés, cela signifie que le codage est une production collective fruit de l'interaction entre ces deux sujets.

QUELQUES EXEMPLES DE NOTATIONS REALISEES PAR LES SUJETS DE GE1.

sujet n°	PRE-TEST opération: 2+4=6 6-1=5	SITUATION EXPERIMENTALE opération: 2+6=8 8-3=5	POST-TEST opération: 2+4=6 6-1=5
5	«On en amis six dans le cornet et on a dené un a un enfant sa fait cinq.»	1er codage: «A2 C6 et une 3 à un garçon 5» 2ème codage: «Alain avez 2 fleur Claude avez 6 fleur et on en a donné 5 à la maîtresse et on en a donné 3 a garçon»	«On n'on a pris 2 et après 4 et on en enlever 1 et à la fin on en a 5»
6	2 +J 5	idem sujet n°5 (production en interaction)	2 plus 4 6 5 1
7	o o o o o	1er codage: o o o o o + o o = 8 donner à quelqu'un 2ème codage: 6+2=à 8 8-3=5	2+4=6/-1=5
8	En premier on a mi deux bonbons et ensuite on a mi quatre bonbons et après on a enlevé un bonbon. Combien safè.	idem sujet n° 7 (en interaction)	En premier on a pri deux et ensuite quatre dans le sac on a enlevé un en tout safè 5

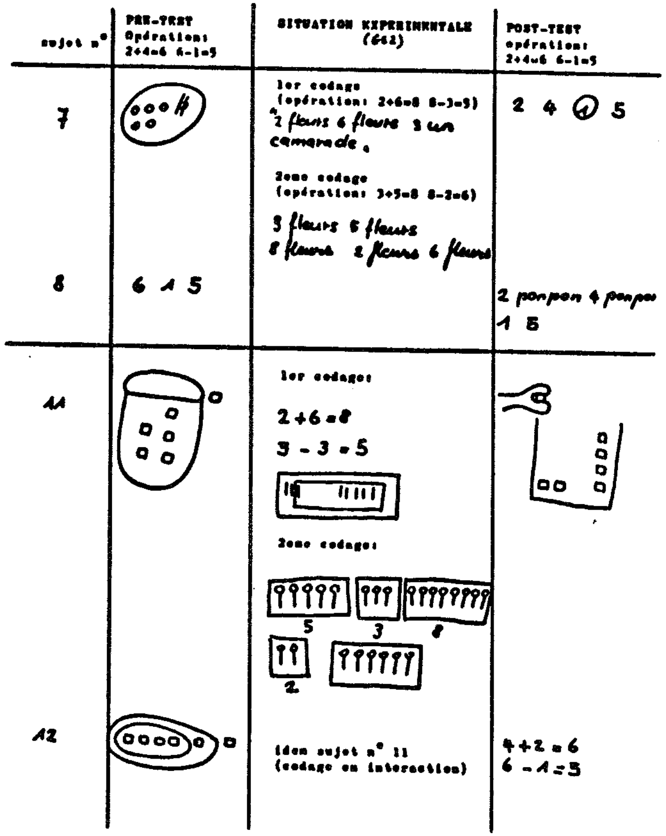
Chez les sujets GE1 nous constatons que l'écriture avec formalisme est actualisée par 3 couples lors du deuxième codage de la phase expérimentale; un de ces couples (sujets 3 et 4) y recourt dès la première notation, tandis que les deux autres couples soumettent un premier codage sans formalisme au pair décodeur et seulement lors du deuxième codage recourent au formalisme. Ceci est-il le fruit du conflit de communication et du conflit lors de l'interaction dans la cotation que doivent affronter les sujets de GE1? Bien que seulement 3 couples sur 7 recourent au formalisme, nous constatons que parmi les 6 sujets qui y font appel pendant la phase expérimentale, 5 d'entre eux continuent à y recourir lors du post-test individuel: il semble bien qu' il y ait là l'occasion d'un apprentissage probablement durable et qu'il faudrait pouvoir confirmer par l'étude d'effectifs de sujets plus grands que ceux-ci.

Tableau 4 bis : Recours des sujets de GE2 au formalisme dans leurs codages pendant les différentes phases expérimentales.



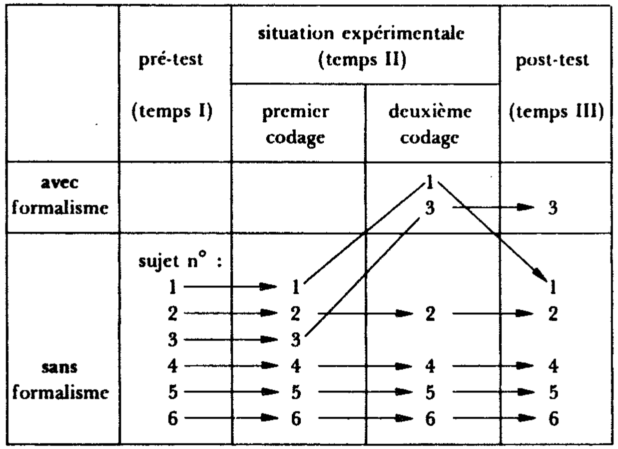
La position des sujets de GE2 quant au recours au formalisme dans les différentes phase de l'expérience semble être différente de celle de GE1 et plus semblable à celles

QUELQUES EXEMPLES DE NOTATIONS REALISEES PAR LES SUJETS DE GE2.

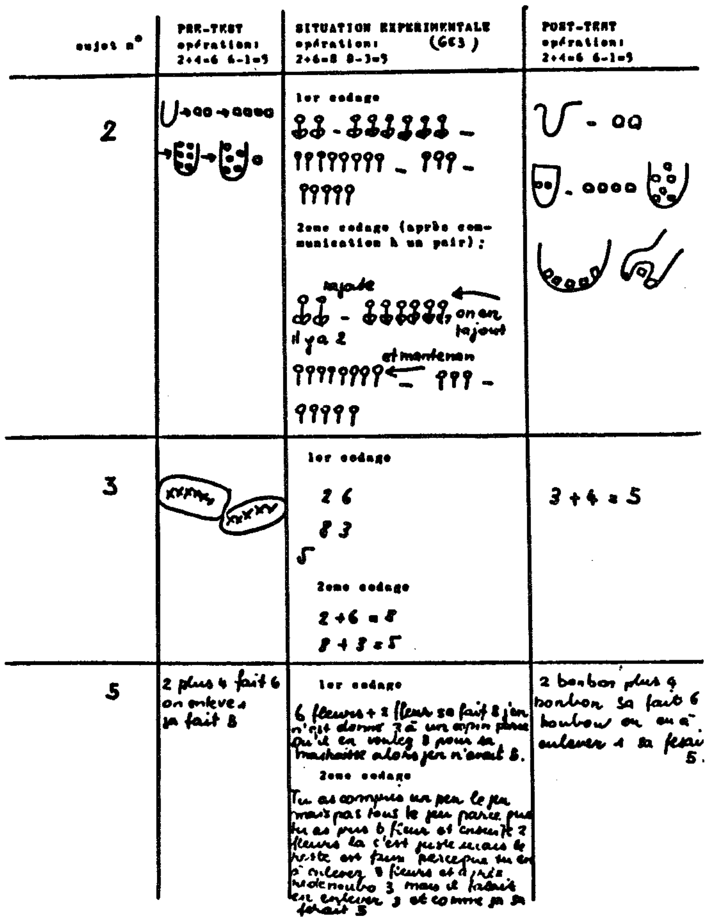


de GE3 et GE4, (comme on le verra dans les tableaux suivants). Il ne suffit pas que ces sujets interagissent pour qu'ils fassent plus fréquemment usage du formalisme qui leur est pourtant commun puisqu'ils l'ont tous étudié précédemment en classe. L'écoute des enregistrements des interactions des pertenaires pendant la phase expérimentale de codage révèle que les enfants discutent énormément: ils cherchent des moyens économiques pour représenter les opérations effectuées et se disent entre eux des expressions telles que: «on dit que ça (une barre, un trait, une flèche, etc.) veut dire qu'on ajoute 6 fleurs...». L'expression «on dit que...» constitue effectivement une recherche de langage, d'écriture commune, de convention. Mais la compréhension de ce code est évidemment limitée aux personnes ayant participé à sa production. Elle n'évoluerait que pour des sujets de GE1 ayant eu à faire face à l'incompréhension d'un décodeur n'ayant pas été averti des termes de ces conventions.

Tableau 4 ter : Recours des sujets de GE3 au formalisme pendant les différentes phases expérimentales.

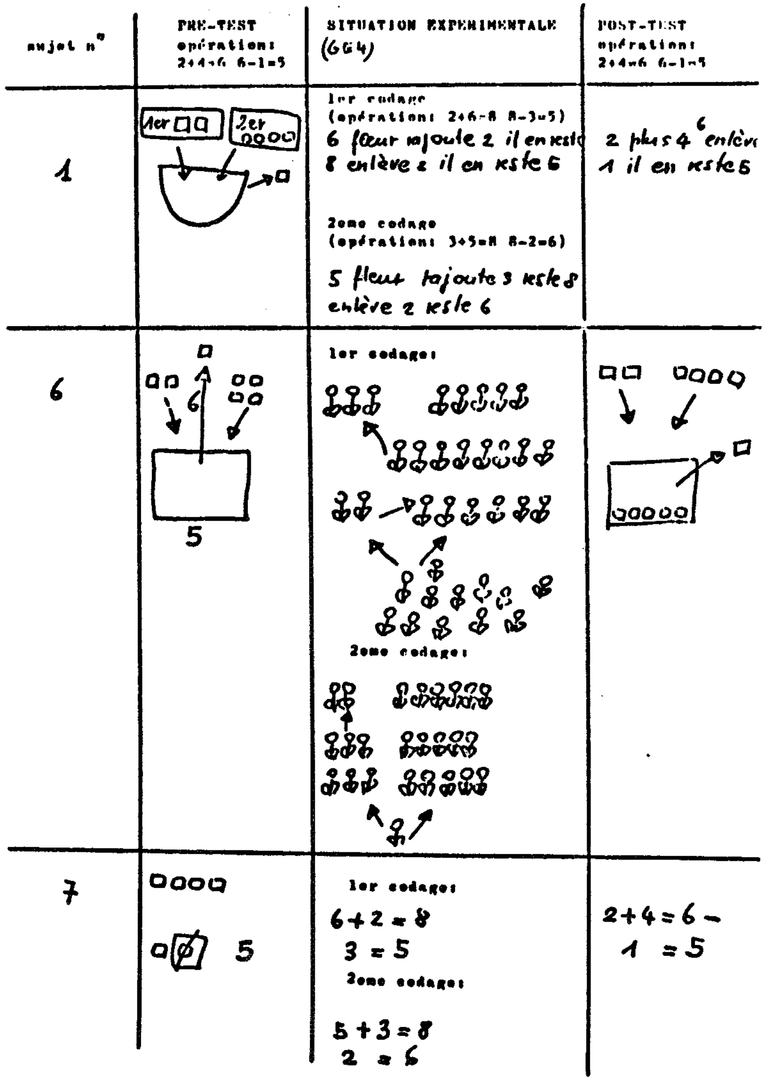


QUELQUES EXEMPLES DE NOTATIONS REALISEES PAR LES SUJETS DE GE3.



Deux sujets seulement recourent au code conventionnel et ceci seulement après confrontation avec le décodeur. Un seul sujet utilise à nouveau ce même code lors du post-test individuel.

QUELQUES EXEMPLES DE NOTATIONS
REALISEES PAR LES SUJETS DE GE4.



Un seul sujet de GE4 fait appel au formalisme de l'écriture de type équationnel et ceci depuis le premier codage de la phase expérimentale.

Tableau 4 quater : Recours des sujets de GE4 au formalisme pendant les différentes phases expérimentales

	pré-test (temps I)	situation expérimentale (temps II) premier codage	situation expérimentale (temps II) deuxième codage	post-test (temps III)
avec formalisme		7 →	7 →	7
sans formalisme	sujet n° : 1 →	1 →	1 →	1
	2 →	2 →	2 →	2
	3 →	3 →	3 →	3
	4 →	4 →	4 →	4
	5 →	5 →	5 →	5
	6 →	6 →	6 →	6
	7 ↗			

Après avoir observé les changements qui interviennent dans les différents groupes expérimentaux à propos du recours au formalisme reconstituons le bilan de ce recours dans les quatre groupes:

Tableau 5 : Les niveaux de recours au formalisme lors de la situation expérimentale chez les sujets des différents groupes expérimentaux (temps II).

	avec recours au formalisme de l'écriture équationnelle			sans recours au formalisme	nombre total de sujets
	formulation exhaustive et correcte (*)	formulation par enchaînement (**)	formulation partielle (***)		
GE1	4 (2)	2 (1)	0 (0)	8 (4)	14
GE2	0 (0)	0 (0)	0 (0)	12 (6)	12
GE3	0	0	2	4	6
GE4	0	0	1	6	7
totaux	4	2	3	30	39

* Exemple de formulation exhaustive correcte: 6+2 = 8 8 - 3 = 5
** Exemple de formulation par enchaînement: 6 + 2 = 8 - 3 = 5
*** Exemple de formulation partielle: «5+3 = 8
2 = 6» et: «2fl.+6fl. = 8
=5 moins troi»

Les quatre groupes expérimentaux ne se différencient guère lors de cette phase expérimentale. Il semblerait pourtant (mais nos effectifs sont très restreints) que, à l'exception d'un sujet de GE4,ce soit uniquement des sujets de GE1 et GE3 qui recourent au formalisme. C'est le cas pour 3 des 7 couples de GE1 et pour 2 des 6 sujets de GE3 (les groupes expérimentaux avec décodeur). Cette observation va dans le sens de l'hypothèse que la nécessité de se faire comprendre par un autrui entraînerait un recours plus fréquent au formalisme parce qu'il serait un langage commun. On remarque d'autre part que seuls des couples de GE1 parviennent à utiliser le formalisme pour aboutir à une formulation complète voire à une écriture correcte. On peut penser alors que lorsque la situation sociale de production d'une formulation incite au recours à un formalisme préexistant, l'utilisation de celui-ci serait d'autant meilleure que les sujets auront, lors de sa reconstitution, à interagir avec un partenaire. Vraisemblablement, les conflits socio-cognitifs qu'une telle interaction suscite sont pour eux l'occasion d'enrichir leur compréhension et leurs performances. Mais les tendances qui se manifestent ici dans nos observations (et qui, de toutes façons nécessitent d'être vérifiées dans des recherches ultérieures avec un nombre moins restreint de sujets) se poursuivent-elles au-delà de la phase expérimentale? Qu'en est-il au post-test?

Tableau 6 : Nombre de sujets des quatre groupes expérimentaux qui recourent au formalisme de l'écriture équationnelle lors du post-test.

	avec formalisme			sans formalisme	nombre total de sujets
	formulation exhaustive correcte	formulation par enchaînement	formulation partielle		
GE1	2	3	0	9	14
GE2	1	1	0	10	12
GE3	0	0	1	5	6
GE4	0	1	0	6	7
totaux	3	5	1	30	39

(niveau d'analyse : le sujet)

Nous constatons que les sujets de GE1 (interaction et communication) sont à nouveau les plus nombreux à recourir au formalisme* et à produire des formulations exhaustives, voire correctes, mais ces différences ne sont à nouveau pas significatives statistiquement sur nos très petits effectifs.

b. Résultats concernant le degré d'explicitation des productions (deuxième analyse).

Nous ne nous intéressons plus ici à la fréquence du recours au formalisme appris en classe par les enfants mais à l'exhaustivité des formulations qu'ils produisent, et ceci indépendamment du type de code (avec ou sans formalisme) auquel ils recourent.

Notre but ici est d'examiner si les notations effectuées par les élèves de notre échantillon dans les différentes conditions conditions expérimentales, quel que soit le code utilisé, donnent les mêmes renseignements que ceux fournis par le formalisme de l'écriture habituelle de type équationnel lorsqu'elle est maîtrisée. Dans la richesse «créative» des graphismes et des textes que nous avons récoltés, est-il possible de retrouver l'ensemble des informations permettant de comprendre «tout ce qui s'est passé avec les bonbons pour en avoir x à la fin dans le cornet» comme l'exigeait la consigne?

Pour répondre à cette question nous avons construit une grille d'analyse des productions qui tient compte de trois caractéristiques d'une écriture correcte de l'égalité à l'aide du formalisme mathématique:

— description exhaustive des quantités en jeu et du bilan final
— formulation des transformations (ajouter, enlever) et de l'obtention du bilan (avoir en tout)
— déroulement dans le temps (description qui tienne compte de l'ordre séquentiel des opérations effectuées).

Ainsi, par exemple, puisque l'égalité la plus explicite qui puisse être attendue au pré-test est la suivante : $2+4 = 6$; $6-1 = 5$, ces quantités peuvent être notées sous forme chiffrée («2»), en langage naturel («deux») ou sous forme de dessin («□□»)** .

* Test de la somme des rangs: z = .99, p = .16, non-significatif.
** Voir l'Annexe 2 qui décrit la typologie des notations qui ne font pas recours au formalisme.

- nous attribuons 1 point pour la présence de chaque quantité (2,4,6,1,5 : maximum 5 points).
- nous attribuons 1 point pour toute formulation désignant chacune des transformations et l'obtention du total (maximum: 3 points).

Les transformations peuvent être formulées en langage naturel («j'ajoute», «j'enlève», «ça fait», «en tout») par un graphisme tel qu'un système flêché ou par les signes opératoires de l'égalité («+», «-», «=»).

- nous attribuons 1 point pour chaque étape du *déroulement chronologique* (maximum: 5 points).

En conséquence, l'enfant qui produit un codage répondant à l'ensemble de ces caractéristiques obtient le score maximum de 13 points.

Les principaux résultats (les détails figurent dans l'Annexe 3) sont les suivants:

Tableau 7 : Pour les sujets de GE1 : comparaison de la fréquence des différents scores d'explicitation obtenus lors du pré-test et du post-test.
(13 est la valeur du score maximum).

fréquences \ scores	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	nombre total de sujets
pré-test	0	0	0	1	5	2	3	1	2	0	0	0	0	0	14
post-test	0	0	0	0	0	1	3	0	1	2	3	0	2	2	14
totaux	0	0	0	1	5	3	6	1	3	2	3	0	2	2	28

Dans la condition expérimentale GE1 (interaction et communication) les sujets ont des scores au post-test très significativement plus élevés qu'au pré-test (test de la somme des rangs: $z=3.48$, $p=.0002$). Conformément à notre attente, ils semblent bénéficier des conflits vécus lors de la situation expérimentale et en conséquence devenir beaucoup plus explicites dans leur codage lors du post-test. Que se passe-t-il pour les autres groupes expérimentaux?

Tableau 8 : Pour les sujets de GE2 : comparaison de la fréquence des différents scores d'explicitation obtenus lors du pré-test et du post-test.

fréquences \ scores	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	nombre total de sujets
pré test	0	0	3	4	1	2	1	1	0	0	0	0	0	0	12
post-test	0	0	0	1	2	2	0	4	0	1	0	0	1	1	12
totaux	0	0	3	5	3	4	1	5	0	1	0	0	1	1	24

Dans la condition expérimentale GE2, les sujets ont dû interagir pour produire une notation commune. Ils progressent aussi de façon significative entre le pré-test et le post-test ($z=2.73$, $p=.003$).

Tableau 9 : Pour les sujets de GE3, comparaison des scores d'explicitation au pré-test et au post-test.

fréquences \ scores	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	nombre total de sujets
pré-test	0	0	1	2	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	6
post-test	0	0	0	0	1	1	0	2	0	0	1	0	1	0	6
totaux	0	0	1	2	1	2	0	3	0	0	1	0	2	0	12

La tendance n'est pas significative pour les sujets de GE3 ($z= 1.15$, $p= .12$) : contrairement à GE1 et GE2 et, nous le verrons, à GE4, leurs scores du post-test ne sont pas significativement plus élevés que ceux du pré-test.

Tableau 10 : Pour les sujets de GE4, comparaison des scores d'explicitation au pré-test et au post-test.

fréquences \ scores	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	nombre total de sujets
pré-test	0	0	0	0	0	3	2	2	0	0	0	0	0	0	7
post-test	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	3	0	7
totaux	0	0	0	0	0	4	3	3	0	1	0	0	3	0	14

Les sujets de GE4 progressent aussi de façon significative, mais peut-être moindre, entre le pré-test et le post-test ($z=1.79, p=.03$).

Dans trois conditions expérimentales nous constatons donc un progrès significatif: est-ce que les hiérarchies attendues (GE1 > GE2 + GE3 + GE4; GE1 > GE2; GE1 > GE3; GE2 > GE4 et GE3 > GE4) se retrouvent si nous comparons entre eux les progrès des sujets des quatre groupes expérimentaux?

Tableau 11 : Comparaison des quatre groupes expérimentaux en fonction de la progression ou régression des scores d'explicitation des sujets entre le pré-test et le post-test.

	différence des scores entre le post-test et le pré-test													nombre total de sujets
	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
GE1	0	1	1	2	3	1	3	0	2	0	1	0	0	14
GE2	0	2	2	3	1	2	0	0	0	1	0	0	1	12
GE3	0	2	1	1	0	0	2	0	0	0	0	0	0	6
GE4	2	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	7
totaux	2	5	4	7	4	4	6	1	3	1	1	0	1	39

Bien que le 93% des sujets de GE1 (13 sur 14) produisent au post-test un code plus explicite que celui du prétest et alors qu'il n'y a que 76% des sujets de GE2, GE3 et GE4 (19 sur 25) qui effectuent le même type d'évolution, la supériorité présumée de GE1 sur les autres groupes n'est présente que sous forme de légère tendance (test de la somme des rangs: $z=1.34$, $p=.09$). Une tendance apparaît également en faveur d'une supériorité de GE1 sur GE3 ($z=1.39$, $p=.08$) mais il n'y a pas une avance nette de GE1 sur GE2 ($z=1.16$, $p=.12$) et aucune différence entre GE2 et GE4 ($z=.14$, $p=.44$) ou GE3 et GE4 ($z=0.43$, $p=.33$). Notons cependant que les deux seuls sujets qui régressent appartiennent à GE4 (la confrontation implicite à l'adulte, caractéristique de cette situation expérimentale, serait-elle facilitatrice et source de progrès pour certains élèves et déstructurante pour d'autres?).

En comparant les résultats des tableaux 7 à 10, il semble que pour le degré d'explicitation, les hiérarchies attendues se retrouveraient toutes sauf GE3>GE4. L'interaction entre pairs visant une production collective semble plus féconde que la simple communication interindividuelle — surtout si elle lui est conjuguée (GE1) — mais ces résultats appellent des vérifications ultérieures sur des effectifs moins restreints si l'on veut tenter une validation statistique de ces hypothèses.

IV. CONCLUSION

Suite à la mise en condition expérimentale, la plupart des élèves de notre expérience (82% de la population expérimentale) donnent une formulation plus explicite de leur «message» lors du post-test que lors du pré-test. Les sujets qui codent en interaction (GE1 et GE2) et surtout s'ils bénéficient du décodage d'un pair (GE1) progressent tout particulièrement entre le pré-test et le post-test quant au degré d'explicitation de leur notation. Les sujets qui codent seuls et qui sont confrontés uniquement au «décodage implicite» de l'adulte (GE4) semblent également produire des codages significativement plus explicites au post-test qu'au pré-test, tandis que ce n'est pas le cas pour les sujets travaillant seuls et recevant le décodage d'un pair (GE3).

Si la mise en condition expérimentale semble avoir favorisé une explicitation de plus en plus grande des messages, le recours spontané au formalisme mathématique spécifiquement enseigné en classe reste sporadique. Lors du deuxième codage de la phase expérimentale, les enfants qui recourent à ce formalisme sont constitués par 3 couples (sur 7) de GE1, 2 sujets (sur 6) de GE3 et 1 sujet (sur 7) de GE4. Parmi ces élèves seulement 2 couples sur les 3 de GE1 qui utilisent le formalisme, le font de façon correcte et exhaustive. Une supériorité de GE1 semble peut-être se manifester lors de ce deuxième codage de la phase expérimentale. Cette meilleure production des sujets de GE1 se maintiendrait aussi lors du post-test: 5 sujets sur 14 (36%) de ce groupe avec interaction et communication continuent de produire un code avec recours au formalisme (2 formulations exhaustives et correctes et 3 formulations par enchaînement), tandis que seulement 16% des sujets de GE2, GE3 et GE4 recourent à ce type d'écriture (seulement 1 sujet GE2 produit une formulation exhaustive et correcte avec formalisme). Ainsi nous constatons que, cumulées, l'interaction sociale et la communication à un autrui (GE1) produisent un recours plus fréquent et meilleur au formalisme. Ainsi donc, des situations d'interaction sociale différentes inciteraient à un recours plus ou moins fréquent et correct au formalisme mathématique étudié antérieurement en classe. Mais cette utilisation d'un langage structuré culturel et qui ainsi préexiste à l'activité du sujet, pourrait-elle à son tour avoir des effets structurants sur les autres compétences des individus? Ce recours est-il uniquement le fruit d'une certaine compétence initiale et des circonstances sociales immédiates de la production du codage par l'enfant ou bien entraîne-t-il à son tour des modifications dans les compétences démontrées par l'enfant? Avant de pouvoir étudier cette dynamique il était nécessaire d'examiner, de façon plus statique, les liens existants entre ces trois compétences classiquement prises en compte que sont: le niveau opératoire à l'épreuve piagétienne de la composition additive du nombre; la capacité à compléter correctement des égalités lacunaires simples; et d'autre part le recours au formalisme mathématique de l'écriture de type équationnel. C'est ce que nous avons fait par les épreuves du pré-test principalement. Ces trois compétences sont apparues comme distinctes: la maîtrise de l'une n'entraîne pas nécessairement celle d'une autre. Il s'est avéré ainsi que le stade 3 à l'épreuve de composition additive du nombre ne constitue ni une condition nécessaire ni une condition suffisante soit pour compléter correctement les égalités lacunaires proposées, soit pour que l'enfant recoure au formalisme de l'écriture de type équationnel. Ceci vérifierait donc la présence d'une dimension spécifique qui serait propre à l'appropriation du formalisme comme langage, dimension qui ne semble en tous cas pas pouvoir être réduite au concept opératoire de composition additive du nombre. Nous avons pu constater lors du post-test, pour tous les sujets quel que soit leur groupe expérimental, un effet sur le niveau opératoire des sujets qui étaient tous à un stade de 2 ou 2/3 à cette épreuve lors du pré-test, progressent au stade 3 au post-test. Quelle que soit l'origine de cette progression (simple effet test-re-test, effet de maturation, ou effet des conditions expérimentales) elle n'a pas entraîné ipso facto une meilleure maîtrise du formalisme mathématique pour représenter les opérations additives concernées lors des codages.

Le lien entre la compétence à compléter correctement des égalités lacunaires présentées dans une écriture de type équationnel et le recours à ce formalisme dans une activité de codage s'est avéré par contre probablement plus étroit: moins le sujet effectue de fautes au test papier-crayon, plus il recourt au formalisme correct et exhaustif. Et pourtant il ne suffit pas que l'enfant sache compléter correctement des égalités lacunaires pour qu'il actualise ce type de formalisme dans des codages ultérieurs (46% des élèves n'effectuant aucune faute au test papier-crayon ne produisent pas pour autant un code avec usage du formalisme).

Nous avons tenté de comprendre la dynamique de ce recours au formalisme par le biais de nos quatre conditions expérimentales en faisant intervenir des variables de communication et d'interaction. Cette démarche qui se veut à la fois expérimentale et clinique a nécessité de longues passations et, par là-même, nous a imposé des effectifs très faibles qui restreignent la portée de nos résultats. Pour le moment il semble que l'on puisse affirmer que *l'interaction et la communication entre pairs, telles qu'elles sont activées dans le groupe expérimental GE1, jouent un rôle spécifique dans l'explicitation d'un code et dans le recours au formalisme mathématique appris antérieurement.*

Après une unique séance expérimentale, 36% des sujets de GE1 recourent au formalisme lors du post-test (contre 16% dans les trois autres groupes) et 93% des sujets de ce groupe produisent au post-test un code plus explicite que celui du pré-test (76% des sujets des trois autres groupes effectuent la même progression). Si de tels progrès se sont manifestés grâce à une seule séance d'interaction et de communication, quels seraient alors les effets de techniques d'animation de la classe qui feraient appel à des interactions et communications nombreuses entre les élèves? On peut penser qu'elles seraient particulièrement efficaces sur ce plan.

Notre démarche dans la recherche qui vient d'être décrite ici, est pour nous une première approche, limitée, d'un problème qui se confirme particulièrement complexe! Dans quelles circonstances privilégiées un enfant s'approprie-t-il, c'est-à-dire utilise-t-il spontanément, fonctionnellement, de façon correcte et en le comprenant, un formalisme mathématique? Cette appropriation dépend-elle d'un niveau opératoire (au sens piagétien) pré-requis et entraîne-t-elle une struturation de la pensée du sujet sur ce plan? Quels sont les rapports entre une nécessité de produire une formulation explicite et intelligible pour autrui et le recours à ce langage? Quels liens y-a-t-il entre l'apprentissage scolaire des règles d'utilisation de ce formalisme et le recours spontané et efficace à ce dernier? Notre recherche est trop restreinte pour répondre à ces questions de façon claire. Mais il faut souligner, nous semble-t-il, que la causalité en jeu n'est pas directe et que vraisemblablement ces différentes compétences se construisent en s'appuyant les unes sur les autres dans une élaboration qui est à la fois *appropriation* de signifiants structurants pour la pensée propre *et activité constructive* de l'individu. Cette dernière le serait d'autant plus que la situation sociale dans laquelle elle se déploie offre des occasions de confrontations et de coordinations interpersonnelles nécessitant un dépassement du point de vue (ou du mode de faire) présent.

Dans l'analyse des données présentées ici nous nous sommes surtout centrés sur le rôle des conditions d'interaction sociale et sur la dynamique psychologique qu'elles peuvent être susceptibles de provoquer. La compétence concernée (à savoir: la capacité de coder de façon explicite une suite d'activités additives en faisant éventuellement recours au formalisme mathématique) n'a pas été l'objet direct de notre étude mais la variable dépendante dans une analyse expérimentale des effets circonstanciels. Notons aussi que les éléments pris en compte (une épreuve opératoire bien précise, un certain type d'activité de codage ayant une fonction plus narrative qu'opérative, une forme particulière d'exercice sur des égalités) mériteraient d'être diversifiés et étendus.

Mais surtout nous verrions un intérêt particulier à explorer *comment — et ceci en fonction des circonstances sociales* — un individu s'approprie un formalisme mathématique tel que celui de l'écriture équationnelle. Quelles sont les procédures qu'il utilise aux différentes étapes de cette appropriation? Sont-elles ou non, ces procédures, dépendantes des conditions sociales d'actualisation? Et quels sont les liens qu'elles entretiennent avec les capacités opératoires, au sens mathématique cette fois, des sujets? Les procédures utilisées par l'enfant quand il résoud un problème, celles qu'il verbalise à cette occasion, et les représentations écrites qu'ils en donnent, présentent-elles une dynamique de construction différente en fonction du contexte interpersonnel dans lequel elles sont activées? Ou bien sont-elles indépendantes de toute dynamique sociale aux différentes étapes de leur élaboration?

Et d'autres questions restent ouvertes. Il faudrait aussi prendre en compte le rôle de la nature de la tâche (matériel, consigne, «habillage») proposée à l'enfant, afin de déterminer si elle a, elle-même, dans certaines circonstances sociales un rôle structurant dans la construction/appropriation de la compétence étudiée. Et aussi, bien sûr, il faudra considérer comment l'activité pédagogique vécue par les élèves en classe intervient dans la dynamique des processus psychologiques et psychosociologiques qui serait mise ainsi en évidence.

Il s'agit là d'un vaste champ de recherches que nous nous employons à investiguer dans une série de travaux en cours avec J. Brun, F. Conne et E.H. Saada.

Neuchâtel, le 8 août 1980
M.S., A.P.

ANNEXE I. EPREUVE PAPIER-CRAYON: égalités lacunaires à compléter

Tâche présentée à l'enfant:

COMPLETE:
2 + 3 = ...
6 − 2 = ...

.+. ou .−. ou .=. ou .>. ou .<.

2 .... 4 = 6
6 + 2 8
2 3
5 .... 2 = 3
5 4
5 .... 3 = 8

Consignes données par l'expérimentateur à l'ensemble de la classe:

a) L'expérimentateur montre du doigt les deux premiers calculs (2 + 3 = ... et 6 - 2 =...) en disant: «Vous mettez à la place des petits points ce qui vous semble aller bien».

b) L'expérimentateur écrit au tableau noir les signes « + », « - », « = », « > », « < » et dit: «Vous mettez à la place des petits points ce qui vous semble aller le mieux: ceci ... ou ceci ... ou ceci ... » (en désignant successivement chacun de ces signes). L'expérimentateur ne nomme pas les signes et se limite à les montrer du doigt.

ANNEXE 2. TYPOLOGIE DES NOTATIONS

1. Classification des notations avec recours au formalisme mathématique en fonction de leur degré d'explicitation.

I. Composition exhaustive des quantités et formulation correcte à l'aide des signes opératoires.
Exemple: 2+4 - 1 = 5

II. Idem avec bilan intermédiaire tel qu'il a été effectué dans la manipulation.
Exemple: 2+4 = 6 6 - 1 = 5

III. Composition exhaustive, bilan correct mais formulation par enchaînement.
Exemple: 2+4 = 6 - 1 = 5

IV. Composition exhaustive, formulation partielle (addition implicite), bilan correct.
Exemple: 6 - 1 = 5 (6 étant le bilan intermédiaire: 2 + 4 = 6)

V. Composition exhaustive avec bilan, formulation semi-pertinente (elle ne rend pas entièrement compte de l'opération effectuée).
Exemple: 2 + 4 = 6 2 + 3 = 5 (première formulation additive correcte et pertinente; bilan final (5) reformulé à l'aide d'une nouvelle composition additive).

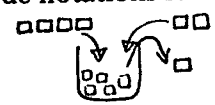
VI. Composition exhaustive avec bilan, formulation partielle et mathématiquement incorrecte (soustraction implicite).
Exemple: 2 + 4 = 5 (implicitement 6 - 1)

VII. Composition exhaustive avec bilan, formulation partielle avec signes opératoires et non opératoires.
Exemple: 2+4 = 6 $\cancel{1}$ 5

2. Classification des notations sans recours au formalisme.

Ces notations font appel à trois systèmes de représentation, en les combinant parfois:
— le dessin
— le langage naturel
— la suite chiffrée (c'est-à-dire avec recours au formalisme exclusivement pour les quantités et donc sans utilisation des signes opératoires habituels pour désigner les transformations).

Exemple de notations selon ces trois registres :

Dessin: 

Langage naturel : «je prends 2 bonbons et puis 4 bonbons, j'enlève (ou je ôte) 1 bonbon, il reste 5 bonbons».
Suite chiffrée : 2 4 1 5 ou 2/4/1/5

Les signes opératoires «+», « - » et « = » sont «substitués» par les graphismes suivants :

pour le signe «+»	dessin	langage naturel	suite chiffrée
flèche ↗	*		
main «qui ajoute»	*		
«corde» qui entoure	*		
déplacement spatial	*		*
. / -	*		*
«j'ajoute»		*	
«je mets», «je prends»		*	
«et puis», «et encore», «ensuite»		*	
«plus»		*	
«ensemble»		*	

pour le signe «-»	dessin	langage naturel	suite chiffrée
chiffre barré	*		*
«corde» qui entoure	*		
déplacement spatial	*		*
. /	*		*
flèche : ↗	*		
main «qui enlève»	*		
«j'enlève»		*	
«je saute»		*	
«je donne»		*	
«je sors»		*	

pour le signe «=»	dessin	langage naturel	suite chiffrée
dessin totalité finale	*		
«en tout»		*	
«à la fin»		*	
«ça fait»		*	
«plus que»		*	
«on a»		*	
«reste»		*	
chiffre final avec déplacement spatial			*

ANNEXE 3 : scores de chaque sujet dans les différentes phases et groupes expérimentaux

groupe expérimental 1 (GE1)

numéro du sujet	pré-test	situation expérimentale: premier codage	situation expérimentale: deuxième codage	post-test	différence entre score deuxième codage et score pré-test	différence entre score post-test et score pré-test
1	4 } 4 (*)	5 } 5 (*)	9 } 9 (*)	9	5 } 5 (*)	5
2	4	5	9	7	5	3
3	6 } 5.5	12 } 12	12 } 12	10	6 } 6.5	4
4	5	12	12	12	7	7
5	8 } 6.5	7 } 9	5 } 5	10	-3 } -1.5	2
6	5	7	5	8	0	3
7	3 } 5	9 } 9	13 } 13	12	10 } 8	9
8	7	9	13	10	6	3
9	8 } 7	12 } 12	13 } 13	13	5 } 6	5
10	6	12	13	13	7	7
11	4 } 4	1 } 1	3 } 3	9	-1 } -1	5
12	4	1	3	6	-1	2
13	6 } 5	9 } 9	10 } 10	6	4 } 5	0
14	4	9	10	5	6	1

(*) moyenne des scores des deux sujets de l'interaction.

groupe expérimental 2 (GE2)

numéro du sujet	pré-test	situation expérimentale — premier codage	situation expérimentale — deuxième codage	post-test	différence entre score deuxième codage et score pré-test	différence entre score post-test et score pré-test
1	3 }3 (*)	3 }3 (*)	3 }3 (*)	3	0 }0 (*)	0
2	3	3	3	4	0	1
3	5 }3.5	3 }3	2 }2	5	-3 }-1.5	0
4	2	3	2	5	0	3
5	5 }4	6 }6	6 }6	7	1 }2	2
6	3	6	6	7	3	4
7	3 }4.5	5 }5	9 }9	7	6 }4.5	4
8	6	5	9	7	3	1
9	4 }5.5	9 }9	10 }10	12	6 }4.5	8
10	7	9	10	9	3	2
11	2 }2	12 }12	9 }9	4	7 }7	2
12	2	12	9	13	7	11

(*) moyenne des scores des deux sujets en interaction.

groupe expérimental 3 (GE3)

numéro du sujet	pré-test	situation expérimentale — premier codage	situation expérimentale — deuxième codage	post-test	différence entre score deuxième codage et score pré-test	différence entre score post-test et score pré-test
1	5	10	10	10	5	5
2	7	9	10	7	3	0
3	3	8	12	5	9	2
4	3	3	3	4	0	1
5	12	12	12	12	0	0
6	2	7	7	7	5	5

groupe expérimental 4 (GE4)

numéro du sujet	pré-test	situation expérimentale — premier codage	situation expérimentale — deuxième codage	post-test	différence entre score deuxième codage et score pré-test	différence entre score post-test et score pré-test
1	6	12	12	12	6	6
2	7	10	10	12	3	5
3	5	12	12	9	7	4
4	6	7	7	5	1	-1
5	5	4	4	7	-1	2
6	7	8	7	6	0	-1
7	5	11	11	12	6	7

ALLEN V. L.: *Ch*
BROUSSEAU G.
problèmes en
l'enseignement
la XXVIII ren
nationale pour
des mathémati
BRUN J.: Pédag
analyse de qu
Sciences de
1979, *12*, 1-24
CECCHINI M.,
Teacher train
development.
C.N.R., Roma
CONNE F.: Pier
leurs billes. C
tiques en situ
de l'Educatio
25-84.
DOISE W., M
Social intera
operations *E*
1975, 5, (3),
FREINET E.: *N*
de l'école mo
GRIZE J.B.: A
Ecole, 1974,
INHELDER B.
et structure c
LEACH C.: *In*
approach for
LEFEBVRE M
vation des q
Revue Can
1972, *4*, 1-1

BIBLIOGRAPHIE

ALLEN V. L.: *Children as teachers*, Academic Press, 1976

BROUSSEAU G. : Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématique, *In: La problématique de l'enseignement de la mathématique*, Compte rendus de la XXVIII rencontre organisée par la Commission Internationale pour l'Etude et l'amélioration de l'Enseignement des mathématiques, Louvain-la-Neuve, 1976, 101-117.

BRUN J.: Pédagogie des mathématiques et psychologie, analyse de quelques rapports, *Cahiers de la Section des Sciences de l'Education de l'Université de Genève*, 1979, *12*, 1-24.

CECCHINI M., TONUCCI F., PINTO M.A., DUBS E.: Teacher training, pedagogical method and intellectual development. Texte polycopié, Instituto di psicologia, C.N.R., Roma, 1972.

CONNE F.: Pierre Bertrand Claude Paul Laurent Michel et leurs billes. Contribution à l'analyse d'activités mathématiques en situation, *Cahiers de la Section des Sciences de l'Education de l'Université de Genève*, 1979, *12*, 25-84.

DOISE W., MUGNY G., PERRET-CLERMONT A.N.: Social interaction and the development of cognitive operations *European Journal of Social Psychology*, 1975, 5, (3), 367-383.

FREINET E.: *Naissance d'une pédagogie populaire*, Editions de l'école moderne française, 1949.

GRIZE J.B.: A propos de l'activité mathématique, *Math Ecole*, 1974, *61/62*, 42-45.

INHELDER B., SINCLAIR H., BOVET M.: *Apprentissage et structure de la connaissance*, Paris, P.U.F. 1974.

LEACH C.: *Introduction to statistics. A non-parmetrical approach for the social sciences.* Wiley, 1979.

LEFEBVRE M., PINARD D.: Apprentissage de la conservation des quantités par une méthode de conflit cognitif, *Revue Canadienne des Sciences du Comportement*, 1972, *4*, 1-12.

LEVY M.: La nécessité sociale chez l'enfant de dépasser une situation conflictuelle. Mémoire de thèse polycopié. Faculté de psychologie et des sciences de l'éducation de l'Université de Genève, 1979.

MAKARENKO A.: *Œuvres complètes*, Moscou, 1958 (traduction française: Editions du Progrès, 1967).

MOSCOVICI S., PAICHELER G.: Travail, individu et groupe, In: S. MOSCOVICI (Ed), *Introduction à la psychologie sociale*, vol II, Larousse, 1973, 9-44.

MUGNY G., PERRET-CLERMONT A.N., DOISE W.: Coordinations interpersonnelles et différences sociologiques dans la construction de l'intellect, Version française d'un chapitre à paraître *in:* STEPHENSON G.M. et DAVIS J.H. *(Eds), Progress in Applied social Psychology*, Wiley, vol I. Paru *in: Clinica y analisis grupal, 4*, 19, 1979, Madrid.

PERRET-CLERMONT A.N.: *La construction de l'intelligence dans l'interaction sociale*, P. Lang, Collection Exploration, Berne 1979.

PERRET-CLERMONT A.N.: Recherche en psychologie sociale expérimentale et activité éducative: deux élaborations symboliques, deux pratiques qui peuvent être complémentaires, *Revue française de pédagogie* (à paraître).

PERRET-CLERMONT A.N., MUGNY G., DOISE W.: Une approche psycho-sociologique du développement cognitif, *Archives de psychologie*, 1976, 44 (171), 135-144.

PERRET-CLERMONT A.N., SCHUBAUER-LEONI M.L.: Conflict and cooperation as opportunities for learning *IN:* ROBINSON P. (Ed) *Communication in Child Development* Academic Press (à paraître).

PIAGET J., SZEMINSKA A.: *La genèse du nombre*, Delachaux et Niestlé, Neuchâtel et Paris, 1941.

SASTRE G., MORENO M.: Représentation graphique de la quantité. *Bulletin de psychologie* 1977, 3-9.

VERGNAUD G.: Activité et connaissance opératoire. *Bulletin de l'APMEP*, 1977, *307* 52-65.

CONSTRUCTING
A PROB

RESUME

Cette recherche pc
des équations linéaire
analysée dans le cadr
part distingue entre le
part identifie quatre
relationnelle, intuitive
Dans le contexte d
piagétienne de l'équili
sement didactique, vi
essentiellement un pro
milation. Ce modèle
d'idées arithmétiques
d'établir des équivalen
algébrique étant nouv
construire une signific
tiques et géométrique
les dites constructions
Un guide pédagogi
équation, s'appuyant
de notions géométriqu
été incorporées à une
de compréhension dan
que.

RESUMEN

Esta investigación
ecuaciones de primer
significativo dentro de
de una parte, distingu
otra parte, que ident
mental, relacional, int
Dentro del contex
teoría de equilibració
reversión didáctica, qu
basicamente un probl

* This paper is based
meeting of the Intern
tics Education, Warwic

Recherches en Didactiqu