Publié dans Interactions didactiques 4, 1-40, 1984
qui doit être utilisé pour toute référence à ce travail

CONSTRUCTION SOCIALE D'ECRITURES SYMBOLIQUES EN DEUXIEME PRIMAIRE

(OPERATIONS ADDITIVES)

INTERACTIONS DIDACTIQUES, No 4
AVRIL 1984

MARIA-LUISA SCHUBAUER-LEONI
ANNE-NELLY PERRET-CLERMONT
UNIVERSITÉS DE GENÈVE ET DE NEUCHÂTEL

Ce travail est le fruit d'un certain nombre d'interactions sociales et didactiques avec l'équipe de didactique des mathématiques de la Section des Sciences de l'Education de l'Université de Genève. Nous remercions ainsi nos collègues J. BRUN, F. CONNE et E.H. SAADA.

La récolte des données a pu être effectuée grâce à l'appui du FNRS (contrat 1.706.078, A.-N. Perret-Clermont et J. Brun). Les dernières analyses et l'édition de ce texte ont été possibles dans le cadre du contrat 1.738.083.

Une version réduite de ce texte paraîtra sous le titre "Interactions sociales dans l'apprentissage de connaissances mathématiques chez l'enfant". In: G. MUGNY (éd.): Psychologie sociale du développement cognitif, P. Lang, Collection Exploration, Berne et Nancy, 1984.

TABLE DES MATIERES

I. INTRODUCTION 1

1. Le cadre de référence 1
2. Un changement épistémologique important 2
3. Les contenus de connaissances mathématiques ne sont pas réductibles aux notions opératoires au sens piagétien 5

II. LES RECHERCHES EMPIRIQUES PRESENTEES ICI 7

1. Leur objet: la formulation d'écritures symboliques 7
2. Démarche 7

III. ANALYSES DES DONNEES 10

1. Analyse des productions écrites des élèves selon les conditions expérimentales et les moments de l'expérience, en fonction de différents critères 10
   a. Recours à l'écriture équationnelle conventionnelle 10
   b. Degré d'explicitation des productions 13
   c. Les opérations sur les quantités et leurs formulations 14
   d. Mise en rapport des deux plans (b, c) d'analyse: degré d'explicitation et niveau de composition des quantités 16
   e. Quelques remarques à propos des registres utilisés dans la formulation des opérations 22
2. Des progrès dans la production d'une formulation écrite entraînent-ils des progrès dans la résolution d'équations lacunaires ? 29

IV. CONCLUSIONS 33

Notes 35
Liste des publications 38
Bibliographie 39

I. INTRODUCTION

1. Le cadre de référence

La problématique que nous allons aborder ici concerne l'élaboration effectuée par l'enfant, en interaction avec autrui, de notions scolaires: en l'occurence des contenus mathématiques élémentaires.

D'emblée nous proposons alors de considérer l'enjeu d'un objet mathématique dans une interaction comme un élément qui dépasse la situation immédiate de la tâche ou des relations interpersonnelles présentes. Cela permet de prendre en compte tout le champ historique des forces institutionnelles qui, conditionnant l'enseignement des mathématiques, en font ainsi un objet de "préoccupations" théoriques et pratiques fort diverses.

Du point de vue des pratiques pédagogiques il est en effet indéniable que les mathématiques sont une branche scolaire sélective et qu'avec l'enseignement de la langue maternelle elles jouent un rôle central (1) dès les premières années de la scolarité.

Sur le plan de la théorie psychologique, l'ambiguïté persiste quant à la nature de ce savoir souvent mal différencié des instruments généraux de la pensée; et à la suite de Piaget un amalgame entre compétence mathématique et intelligence a été souvent opéré.

Parmi les enseignants il est donc possible de trouver des justifications de leurs pratiques ou des conceptions de l'élaboration de savoirs mathématiques qui oscillent entre l'idée que les mathématiques se construisent "spontanément" dans un milieu "concret", "riche", voire "motivant" pour l'élève et l'idée d'une aptitude spécifique propre à l'élève: la fameuse "bosse des maths" qui existerait chez l'un et pas chez l'autre enfant. D'une façon générale si les mathématiques sont prises pour l'exemple de ce qui est "logique", "rationnel", par excellence; de ce qui est "vrai", "objectif", voire "impersonnel", elles sont beaucoup moins citées pour leur dimension sociale ou culturelle. Lorsque cet aspect apparaît il sert, la plupart du temps, à décrire les mathématiques comme branche de sélection des élites. Une analyse de ce type - à ne pas négliger par ailleurs - tend pourtant à reléguer l'aspect social des mathématiques à ce qui est de l'ordre des conséquences d'un système d'enseignement dans lequel les mathématiques ont une part importante dans les curricula. Dans cette acception les facteurs sociaux et culturels ne peuvent alors jouer qu'un rôle de "toile de fonds", sorte d'éléments modulateurs surajoutés aux processus d'apprentissages qui - eux - - "noyaux durs" - relèveraient des rouages du fonctionnement cognitif situés au niveau de l'individualité biologique.

Prenant le contrepied de cette thèse, nous avons illustré ailleurs comment l'intelligence se construit dans l'interaction sociale (Perret-Clermont 1979, Doise et Mugny 1981). En ce qui concerne l'acquisition de savoirs mathématiques nous faisons aussi l'hypothèse qu'elle dépend des possibilités rencontrées par l'élève de les élaborer au cours de relations interpersonnelles et grâce à elles. Pourtant nous sommes conscientes du fait que les résultats obtenus dans les recherches sur la construction sociale de l'intelligence ne nous autorisent pas à des extrapolations directes: un paradigme basé sur des épreuves opératoires différant nécessairement, ne serait-ce que par son objet, d'un paradigme mettant en jeu des épreuves mathématiques. Il reste donc à faire une étude expérimentale spécifique pour discerner comment ces nouveaux objets sont approchés et investis par les individus. En effet, depuis nos premiers travaux relatifs à la "construction" de notions scolaires par l'enfant au cours de ses apprentissages, nous avons été sensibles aux difficultés que soulèvent les tentatives de transpositions d'un objet de savoir à l'autre ou d'une situation à l'autre. Toute tentative d'application met en oeuvre des processus spécifiques. En fait l'idée-même "d'appliquer" la psychologie à l'éducation repose sur une conception réductionniste avec des conséquences théoriques et pratiques qui méritent un réexamen (Perret-Clermont 1978).

2. Un changement épistémologique important

Les apprentissages mathématiques chez les jeunes élèves constituent un champ complexe irréductible à la construction d'autres savoirs et dont le fonctionnement mérite une approche spécifique. Nous tenons à souligner du point de vue épistémologique ce changement qu'entraîne la substitution de l'objet de connaissance au sein de l'interaction sociale étudiée.

Nous allons maintenant prendre en considération quelques données qui caractérisent le champ des apprentissages mathématiques qui nous intéresse ici:

- Les savoirs scolaires sont enseignés avant notre intervention et le demeurent parallèlement et après. Ils sont des objets marqués socialement en tant qu'objets scolaires mais aussi investis des significations diverses qu'y confèrent le milieu familial, social et culturel.
- Ces savoirs sont enseignés par des acteurs sociaux qui sont censés être formés pour cela. Il s'agit, dans notre cas, d'enseignants d'école primaire, des "généralistes" (2) qui entretiennent une relation particulière avec ces savoirs. De plus il s'agit d'enseignants ayant des méthodes d'enseignement propres et qui font appel en partie au "travail de groupe". N'oublions pas que ce type de pratique interactive a déjà été préconisé depuis longtemps par des pédagogues tels que Freinet, Cousinet, Decroly, etc.

- Les élèves à leur tour approchent les savoirs scolaires en fonction de leur "habitus" d'élèves ayant déjà eu à faire avec ce genre d'objets. Leur passé les invitera plus ou moins bien à identifier les objets de l'enseignement. On comprend donc que l'enfant sorti de sa classe et confronté, par un expérimentateur étranger, à un "nouveau" problème à résoudre puisera vraisemblablement dans son histoire scolaire passée. Il interprétera son rôle dans la tâche proposée et fera preuve de telle ou telle compétence, en fonction d'une construction d'habitude à la fois cognitives et sociales acquises par ailleurs.
  L'image qu'il se fera de son partenaire (adulte ou enfant) au cours de l'interaction sera également marquée par l'objet dont il est question. Celui-ci à son tour, devenu enjeu de l'interaction, va être marqué par l'enjeu relationnel particulier qu'il représente ce qui peut introduire des glissements dans les significations qui se construisent à son propos. L'objet de connaissance sera, dans sa nature même, marqué par les significations que les acteurs apprennent à lui conférer.
- Du coup la place de l'expérimentateur dans l'interaction se trouve quelque peu modifiée: il est fort probable que par référence à la situation de classe l'élève lui attribue la place d'un enseignant (voire lui fasse jouer ce rôle malgré lui).

Puisque nous prétendons étudier comment l'enfant élabore des contenus mathématiques, nous devons donc, dans le cadre du changement épistémologique opéré, repenser d'abord la signification théorique des données que nous récoltons par notre intervention expérimentale et spécifier sa portée, condition pour mieux comprendre l'articulation des pratiques d'enseignement/apprentissage de savoirs scolaires spécifiques et leur rapport avec le champ dans lequel elles se situent. Il serait illusoire et épistémologiqement douteux de penser cerner exhaustivement les processus en jeu dans l'enseignement/appropriation de contenus mathématiques par des expériences de laboratoire exclusivement. Ce vaste objet d'étude fait appel à des méthodologies de recherches diversifiées et ne peut pas se passer de la prise en compte de ce qui se joue dans la classe scolaire elle-même, au cours des interactions quotidiennes entre le maître, les élèves et les savoirs scolaires.

Dans cette perspective, en didactique des mathématiques, G. Brousseau (1976) conçoit et étudie des séquences d'enseignement (situations didactiques) qui font appel à l'articulation entre ce qu'il appelle les dialectiques de l'action, de la formulation et de la validation; dialectiques créées par les contraintes de la situation et qui sont par nature interactionnistes et sociales (3).

Pour conduire le lecteur au sein de notre problématique nous retracerons l'élaboration de celle-ci dans le mouvement d'une double démarche:

1) Une première approche menée en <u>psychologie sociale génétique</u>, avec de nombreux travaux mettant en évidence le rôle moteur des échanges interpersonnels dans la construction de l'intelligence (Perret-Clermont 1979, Perret-Clermont et Schubauer-Leoni 1981, Doise et Mugny 1981).

2) Une deuxième approche qui s'est construite à partir d'un certain nombre de réflexions à propos des rapports entre <u>la psychologie génétique et l'enseignement des mathématiques</u> (Brun et Conne 1979).

Dans le cadre de la première approche l'analyse des effets de l'interaction sociale sur les compétences cognitives des enfants nous a rendues particulièrement attentives aux caractéristiques sociales des situations de test et d'apprentissage. En effet, les niveaux de conduite opératoire des sujets nous sont apparus fort sensibles non seulement au contenu notionnel des tâches présentées mais aussi aux particularités des "mises en scène" de la tâche et aux modalités des relations interpersonnelles invoquées (Perret-Clermont et al. 1982). Les variations intergroupes des niveaux de performance sont également apparues dépendantes du contexte culturel d'origine des sujets: le "développement intellectuel" - même dans sa définition opératoire - apparaissant comme le fruit d'un processus d'acculturation dont l'enfant ne serait pas auteur mais "co-auteur".

Pour saisir cette dynamique cognitive et sociale du développement de la pensée, nous voyons alors qu'il est nécessaire d'aller au-delà des <u>signes</u> d'une compétence opératoire en les resituant d'emblée dans leur <u>contexte d'élaboration</u>.

Cette démarche théorique de prise en compte du contexte de production des réponses de l'enfant relève d'une objectivation se situant sur deux plans:

- le premier qui essaie de prendre en compte l'ethnocentrisme (culturel et professionnel) de l'adulte expérimentateur afin de ne pas attribuer à certains signes de compétence chez l'élève le rapport scientifique à l'objet de connaissance qui est celui de l'observateur. Grâce à ce premier travail d'objectivation l'expérimentateur peut alors se donner les moyens de saisir comment l'élève se représente le problème posé: quel décodage fait-il de la question pour qu'elle ait un sens pour lui ? Quelle interprétation élabore-t-il de la mise en scène organisée pour parvenir à jouer un rôle qu'il ne connaît pas d'emblée et qu'il doit apprendre à identifier (c'est-à-dire celui du sujet-répondant-adéquatement-aux-questions-posées) ?

- Le deuxième plan d'objectivation analyse systématiquement la dialectique sociale et cognitive engagée dans toute relation de questionnement et de réponse; dialectique qui peut prendre des formes très différentes. Elle dépendra notamment de la perception que l'élève développe de la relation sociale dans laquelle il est engagé dont l'asymétrie trahit une distance sociale (de classe et/ou de statut) plus ou moins "surmontable" (formellement) à ses yeux.

Nous proposons alors d'interpréter les performances des élèves comme relevant de méta-contrats ayant permis l'établissement, hic et nunc, de l'intersubjectivité entre les partenaires et ceci en passant par des phases de confrontation à une réalité sociale seulement partiellement partagée, pouvant déclencher des conflits socio-cognitifs. Ce sera alors par un jeu, parfois assez complexe, de régulations, à la fois sociales et cognitives, que l'enfant parviendra à un état satisfaisant d'intersubjectivité avec le partenaire, état qui lui permettra d'engager un travail de véritable élaboration cognitive à propos de l'objet-problème que l'adulte lui soumet. S'il nous a semblé déjà très important d'intégrer explicitement la prise en compte de ces processus dans les théorisations classiques des processus opératoires au sens piagétien, cela s'avère d'autant plus nécessaire lorsque nous abordons des notions plus complexes et sans doute plus marquées culturellement comme le sont les mathématiques enseignées à l'école (4).

Nous pensons qu'il est réductionniste de substituer formellement un objet (un savoir scolaire mathématique X) à un autre (une notion opératoire piagétienne) et de postuler que les mêmes mécanismes seraient à l'oeuvre alors qu'il s'agit d'objets différents.

Toute tentative de "prolongement" des recherches sur la construction sociale de l'intelligence par simple substitution d'objet dans des paradigmes expérimentaux efficaces par ailleurs, mais qui se ferait sans repenser le cadre théorique - même partiel et provisoire - apte à rendre compte de la complexité du schéma expérimental nouvellement créé, se révèlerait doublement risquée: cela amènerait paradoxalement d'une part à sous-estimer la portée des résultats obtenus antérieurement; d'autre part, à sur-généraliser ces résultats à d'autres objets ce qui a beaucoup de chance d'être inefficace dans une perspective de didactique des mathématiques (5). Quelle est alors la spécificité des contenus mathématiques ?

3. Les contenus de connaissances mathématiques ne sont pas réductibles aux notions opératoires au sens piagétien

Et pourtant de telles transpositions trop générales, sans vérifications systématiques suffisantes, ont été tentées à plusieurs reprises: les rapports entre psychologie génétique et enseignement des mathématiques ont souvent été conçus dans un sens qui dénature la conception épistémologique qui était censée les sous-tendre. Ainsi, en étudiant les développements récents de la pédagogie, on peut découvrir une série d'expériences qui, en voulant s'inspirer des travaux récents de la psychologie, ont en fait abouti à une réification des concepts piagétiens allant jusqu'à la transformation en exercices scolaires du dispositif expérimental utilisé pour mettre en évidence le développement. L'exemple le plus frappant est peut-être celui du sort subi par la notion de nombre. Des manuels (6) se sont mis à parler de "construction du nombre" en référence à la conception - devenue définition - piagétienne selon laquelle le nombre est la synthèse de la sériation et de l'inclusion de classes. En croyant pouvoir fidèlement se baser sur les travaux de Piaget, ces manuels proposent de faire construire le nombre par les élèves en leur faisant faire des exercices de sériation d'un côté, de classification de l'autre, comme éléments d'un cursus d'étude. En fait il s'agit là d'une positivisation de l'approche épistémologique qui lui fait perdre son véritable sens: elle aboutit à enfermer l'enfant dans des activités qui laissent de côté les expériences qu'il peut avoir du nombre et de la quantification, sous prétexte de s'appuyer sur "ce qu'est" le nombre (Brun et Schubauer-Leoni 1981).

L'articulation qui existe entre l'élaboration de connaissances mathématiques et les instruments généraux de la pensée a déjà été partiellement explorée (Brun 1975 et 1979, Vergnaud 1980). Ces travaux montrent déjà que les liens sont bien plus complexes que prévu. Dans l'une de nos recherches (Schubauer-Leoni et Perret-Clermont 1980) nous avons également dû constater que les liens de dépendance supposés entre certaines structures opératoires et des contenus de connaissance mathématique particuliers ne sont pas aussi directs que nous l'avions imaginé. Ainsi nous nous attendions à ce que plus l'enfant serait avancé sur le plan opératoire à une épreuve de composition additive du nombre, plus il serait susceptible de compléter correctement des égalités lacunaires de type a+...=c ou a+b=....

De même nous avions émis l'hypothèse que si les enfants ont achevé la construction opératoire de ces signifiés (sous forme de composition additive du nombre) ils auraient plus facilement recours au code équationnel enseigné à l'école. Les résultats nous indiquent, au contraire, que le stade le plus avancé à l'épreuve piagétienne choisie est ni une condition nécessaire, ni une condition suffisante à la résolution des équations lacunaires proposées. L'achèvement de la construction opératoire ne semble pas non plus être une condition suffisante pour que l'élève recoure au formalisme mathématique usuel lors d'un codage.

Ces quelques études montrent déjà comment au niveau des processus d'acquisition <u>l'objet</u> de connaissance que sont les mathématiques présente une <u>spécificité</u>. Celle-ci ne se situe d'ailleurs pas uniquement à ce niveau. Faut-il rappeler qu'il s'agit, lorsqu'on parle de mathématiques, de contenus historiquement situés, culturellement marqués et qui, de plus, sont enseignés dans le contexte socialement défini et organisé qu'est l'école ? Les mathématiques (comme la langue par ailleurs) sont constituées d'objets codifiés et réglés selon un système élaboré antérieurement et extérieurement à l'enfant. Ce dernier ne les invente pas spontanément tout seul: éventuellement il se les approprie.

II. LES RECHERCHES EMPIRIQUES PRESENTEES ICI

1. Leur objet: la formulation d'écritures symboliques

"Toute société semble avoir développé un système de numération, base de toute mathématique. Mais impossible d'aller plus loin sans un système de notation écrite. C'est justement là où l'on découvre le premier système d'écriture - Sumer et Elan - que naissent les premières formes d'arithmétique. D'ailleurs selon les découvertes les plus récentes, écriture et mathématique seraient intimement liées: elles auraient vu le jour en même temps. En effet, les premiers textes écrits comptent, mesurent, additionnent et divisent les richesses économiques, sociales et religieuses de la communauté".
J.R. RITTER Naissance de l'écriture. Galeries nationales du Grand Palais, 7 mai-9 août 1982.

Nous avons abordé l'étude des processus d'appropriation de contenus mathématiques en commençant par la problématique de la formulation et nous nous sommes proposé d'étudier l'impact du contexte interpersonnel dans lequel se déroule une activité de formulation d'un problème additif. Parallèlement une autre question que nous nous posions était celle des liens éventuels que l'enfant serait amené à construire entre différentes activités faisant intervenir des écritures symboliques. Ainsi l'élève qui a une expérience scolaire assez importante d'activités portant sur des écritures arithmétiques du genre 5+3-2=..., et qui est invité à représenter par écrit une opération additive (sans que le recours au registre mathématique soit explicitement mentionné (7)): comment va-t-il représenter le problème et sa solution ?

Dans cette perspective nous voulons saisir la connaissance mathématique en fonctionnement: notre problème devient celui de rendre compte du rapport existant entre les caractéristiques cognitives, matérielles et relationnelles de la situation et l'actualisation (8) des connaissances en mettant en évidence le rôle médiateur des procédures et des représentations.

2. Démarche

Les recherches que nous traiterons ici ont été réalisées avec des élèves de deuxième primaire (7-8 ans) du canton de Genève et elles se sont déroulées selon un schéma expérimental en 4, voire 5 temps successifs.

TEMPS 1: L'élève résoud seul et dans le contexte habituel de la classe une épreuve papier-crayon du même genre que celles en usage dans les classes de deuxième primaire du canton (type a+b-c=x, a+x=b, etc).

L'expérimentateur n'est pas le même pour cette phase de test papier-crayon et pour les temps ultérieurs ceci afin de ne pas induire par un lien de personne l'utilisation de l'écriture équationnelle lors des tâches subséquentes de formulation.

TEMPS 2: Le nouvel expérimentateur présente à l'enfant (individuellement hors de la classe ou "collectivement" (9) dans le cadre de la classe selon les conditions expérimentales) une situation faisant intervenir des opérations d'addition et de soustraction et demande à l'élève de formuler par écrit ce qui s'est passé. L'expérimentateur effectue la manipulation sous les yeux des élèves. Dans une des expériences (Schubauer-Leoni et Perret-Clermont 1980) il s'agit d'une manipulation où l'adulte met à deux reprises des bonbons dans un cornet et en enlève ensuite. Après avoir demandé à l'enfant s'il est possible de savoir "combien de bonbons il y a à la fin dans le cornet". Dans une autre expérience (Brun et Schubauer-Leoni 1981) il s'agit d'un jeu de 3 dés (2 rouges et 1 vert). La règle du jeu est la suivante: "Je vais jeter les dés ensemble. On décide qu'on gagne les points des dés rouges et qu'on perd les points du dé vert". Les dés sont lancés et placés à la vue des élèves qui notent sur une feuille "tout ce qui s'est passé avec les points pendant le jeu et les points qu'il y a à la fin du jeu une fois qu'on a gagné et perdu". Dans ce cas, il est important de souligner que la formulation écrite intervient sans que l'enfant soit invité préalablement à expliciter verbalement la composition exhaustive des données du problème.

TEMPS 3 : Au cours du temps 3 les élèves sont répartis dans diverses conditions expérimentales caractérisées par des contextes relationnels différents:

- *Condition expérimentale 1: les enfants produisent leur formulation à deux et soumettent ensuite leur message à un pair décodeur absent lors du codage.*

- *Condition expérimentale 2: le codage est réalisé entre deux partenaires qui formulent le message pour un tiers absent, qui, en fait, ne procèdera pas au décodage (communication invoquée). Dans cette condition expérimentale des variantes ont été introduites dans la situation: soit les enfants produisent un code commun sur une même feuille (2.1), soit chaque enfant code à tour de rôle et vérifie la formulation du camarade (2.2).*

- *Condition expérimentale 3: l'élève code seul et communique ensuite le message à un pair décodeur.*

- *Condition expérimentale 4: l'élève code seul (comme dans la situation classique de test psychologique).*

- *Condition témoin: lors du temps 3 les élèves de cette condition ne sont confrontés à aucune tâche expérimentale.*

Lorsqu'il y a formulation en interaction (conditions expérimentales 1 et 2) nous avons constitué les couples de codeurs en souhaitant favoriser des confrontations socio-cognitives: puisqu'il s'agit systématiquement d'élèves qui n'ont pas recouru à l'écriture équationnelle lors du codage du temps 2, nous avons constitué des duos qui ont fait appel précédemment à un registre de nature différente pour signifier les opérations en jeu. Ainsi lors de la première recherche (Schubauer-Leoni et Perret-Clermont 1980) nous avons mis par exemple: un enfant qui code en langage naturel avec un autre qui utilise plutôt le dessin ou d'autres schémas et indices perceptifs. Dans la recherche où les enfants doivent coder la composition des gains et des pertes dans un jeu de dés, les couples ont été formés en fonction de la composition qu'ils opèrent et actualisent au temps 2 (ex.: un enfant qui décrit les gains et la perte sans les composer avec un enfant qui effectue au moins une composition partielle des données) (Brun et Schubauer-Leoni 1981).

Les tâches effectuées au temps 3 sont du même genre que celles proposées au temps 2: identiques quant aux compositions en jeu (a+b-c=x) et différentes quant à l'"habillage" de la tâche et au matériel à manipuler.

TEMPS 4: les élèves sont à nouveau testés selon les mêmes procédures et dans les mêmes contextes relationnels qu'au temps 2.

TEMPS 5: (dans une expérience seulement) l'élève se voit proposer un test papier-crayon calqué sur celui du temps 1.

Dans les différentes situations où l'enfant doit produire une formulation écrite, l'analyse en termes cognitifs du problème montre que pour trouver une solution l'enfant doit soit enchaîner une addition et une soustraction et trouver le bilan final: a+b-c=x, soit opérer un bilan intermédiaire: $a+b=x_1$ $x_1-c=x_2$. L'écriture d'une telle opération mentale comporte le recours à deux types de signes: ceux qui représentent les QUANTITES et ceux représentant les OPERATIONS sur ces quantités.

L'enchaînement des deux types de signes peut correspondre au déroulement dans le temps du calcul effectué par l'élève. Mais il peut aussi s'en détacher quand l'écriture de l'égalité représente les relations en jeu entre les quantités et leur bilan, et non pas la procédure de calcul. Si, comme le fait remarquer Bresson (1978), on peut bien représenter un calcul sans représenter les opérations (c'est le cas, par exemple, lors d'un calcul avec un boulier où le support nous informe sur les états et non sur les opérations effectuées), en revanche l'expression arithmétique a+b-c=x a une double fonction car elle communique les états et les opérations. En effet celui qui la produit utilise les signes pour garder la trace de son calcul (ou de la relation qu'il représente) et celui qui la lit utilise les signes comme des ordres d'effectuer des opérations.

Etant donné cette double fonction des signes, nous avons fait l'hypothèse que les situations expérimentales qui sollicitent explicitement l'interaction et la communication seraient particulièrement pertinentes pour favoriser la production et l'évolution d'écritures symboliques et arithmétiques (Schubauer-Leoni et Perret-Clermont 1980, Brun et Schubauer-Leoni 1981).

Les situations où les enfants produisent un code à deux pour le soumettre ensuite à un tiers décodeur étaient donc celles qui nous semblaient les plus aptes à susciter - au cours de la micro-histoire expérimentale - des progrès (10) dans les écritures, ceci dans la mesure où des confrontations cognitives se seraient produites entre partenaires au moment du codage et entre codeurs et décodeurs lors du décodage du message.

III. ANALYSES DES DONNEES

1. Analyse des productions écrites des élèves selon les conditions expérimentales et les moments de l'expérience, en fonction de différents critères

Nous allons examiner les productions des enfants de ces expériences en fonction de différentes grilles de lecture. Dans un premier temps nous analyserons le recours à l'écriture équationnelle (a) selon les conditions expérimentales et en fonction des résultats au test papier-crayon d'équations lacunaires (expérience Schubauer-Leoni et Perret-Clermont 1980 et expérience Brun et Schubauer-Leoni 1981). Nous dégagerons ensuite les principaux résultats de l'expérience avec les bonbons (Schubauer-Leoni et Perret-Clermont 1980) en fonction du degré d'explicitation des productions (b). La deuxième expérience (Brun et Schubauer-Leoni 1981) sera analysée en tenant compte des formulations des opérations sur les quantités (c). Le chapitre suivant (d) portera sur la mise en rapport de ces deux derniers critères d'analyse des productions (b et c).

a) Recours à l'écriture équationnelle conventionnelle

Les élèves ont une certaine pratique scolaire du symbolisme mathématique et ils manifestent une certaine "maîtrise" (11) des égalités arithmétiques élémentaires au test papier-crayon du temps 1; cependant lors du temps 2, quand la consigne requiert de l'enfant (seul) qu'il produise un code pour signifier les quantités et les opérations sur ces quantités, nous constatons que le recours au code conventionnel d'écriture des égalités ne va pas de soi (12).

Dans la première expérience avec un matériel constitué de bonbons (Schubauer-Leoni et Perret-Clermont 1980) où l'expérimentateur limite au maximum ses propres verbalisations au cours de la manipulation (13) seulement le 10 % (9 élèves sur 89) des enfants recourent au code équationnel usuel de façon correcte ($a+b-c=x$ ou $a+b=x_1$ $x_1-c=x_2$). Ces enfants n'ont d'ailleurs effectué qu'une faute au maximum lors du test papier-crayon. 64 élèves (71 %) dont 31 cependant avaient résolu le test papier-crayon en faisant au maximum 1 faute font appel à une écriture <u>non</u> équationnelle!

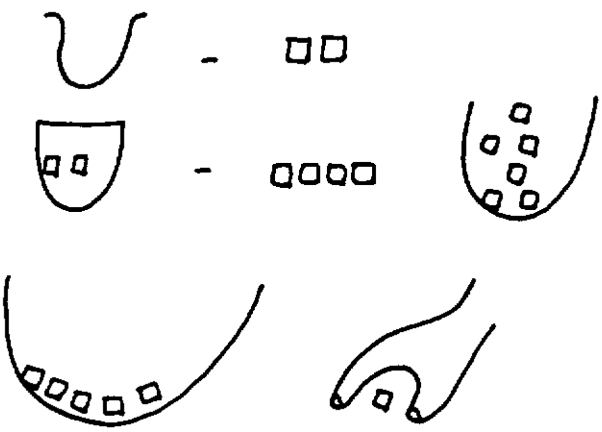
Dans l'expérience avec le jeu de dés (Brun et Schubauer-Leoni 1981) le recours au formalisme est encore plus faible: au premier codage (temps 2) 1 enfant seulement, sur les 44 élèves des deux classes scolaires interrogées, recourt à un code de type $a+b-c=x$. Trois autres élèves de la même classe formulent un code avec un début de mise en équation (exemple:4 5-2 =7). Tous les autres enfants utilisent le langage naturel, des schémas ou autres indices perceptifs; et ceci bien que le 40 % des enfants (18 sur 44) effectuent zéro ou une faute au test d'égalité lacunaire du temps 1.

<u>Actualiser une écriture conventionnelle des égalités semble donc relever d'un autre type de compétence que la capacité à compléter correctement des équations lacunaires</u>.

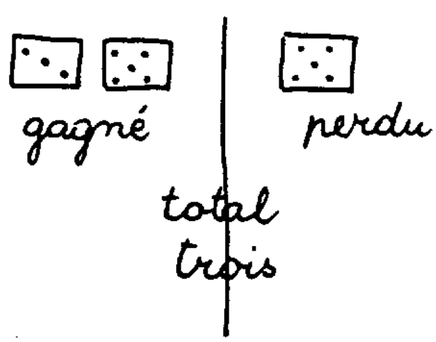
Après une séance d'interaction et de communication entre pairs (condition expérimentale I), individuellement lors du temps 4, le recours au formalisme équationnel reste assez faible et pourtant ce sont bien les élèves de cette condition expérimentale (I) qui recourent les plus nombreux au code équationnel (Schubauer-Leoni et Perret-Clermont 1980).

Une question reste ouverte: si l'enfant n'actualise pas le code arithmétique, cela veut-il dire qu'"il n'a pas" ce registre à disposition comme registre possible pour signifier l'opération en jeu ? Ou bien ce même enfant a-t-il attribué un sens autre à la consigne que celui pensé pas l'expérimentateur ? L'enfant a en fait toute une panoplie de réponses possibles (de type scolaire ou non) dans cette situation où il doit montrer qu'il "sait" quelque chose (mais quoi au juste ?): pourquoi en effet juger "illégitime" de saisir cette occasion de donner la preuve de <u>capacités graphiques</u> en dessinant "<u>soigneusement</u>" (14) un cornet et des bonbons ?

Voici un exemple de formulation graphique décrivant l'opération 2+4=6 6-1=5:



Selon quel critère déciderions-nous qu'une telle représentation ne serait pas légitime car ne répondant pas à la consigne ("marquer tout ce qui s'est passé avec les bonbons pour en avoir 5 à la fin dans le cornet") ? Et encore, pourquoi juger inadéquate la conduite de cet autre enfant qui rappelle "diligemment" (15) la consigne en distinguant bien les dés de couleur et les points qu'on gagne et qu'on perd ?



Nous voici au centre de la problématique: quelle interprétation l'enfant effectue-t-il de la situation et des questions qui lui sont posées ? Quelle signification sociale attribue-t-il à la mise en scène qui oriente ses réponses et par là-même lui permet d'identifier les connaissances en jeu. On voit que l'enfant construit, avec ses outils cognitifs, à travers son expérience, par son interprétation de la consigne, la signification sociale de la situation - qui diffère peut-être de celle que l'expérimentateur projetait!

Le recours à une écriture équationnelle est un critère important pour examiner les conduites de l'enfant en rapport avec le type de situation (cognitive et relationnelle) qui l'a engendré. Mais nous avons souhaité également nous donner les moyens d'envisager d'autres lectures possibles des productions des élèves qui ne soient pas seulement pensées en termes de conformité avec le formalisme arithmétique conventionnel.

Les recherches présentées ici ont donc été aussi l'occasion d'élaborer différents instruments d'analyse et de catégorisation des productions écrites des élèves. Ainsi dans un premier temps nous avons surtout exploré le degré d'explicitation des productions (Schubauer-Leoni et Perret-Clermont 1980); dans un deuxième temps, nous avons mis en évidence les procédures de représentations des opérations dans a+b-c=x (Brun et Schubauer-Leoni 1981). C'est ce que nous allons présenter maintenant.

b) Degré d'explicitation des productions

Nous avons construit une grille d'analyse des productions écrites qui tient compte des trois dimensions suivantes du code:

- formulation des quantités en jeu et du bilan final,
- formulation des opérations (ajouter, enlever, avoir en tout),
- déroulement temporel des opérations effectuées.

Les codages des élèves ont ainsi été dépouillés en attribuant 1 point pour toute formulation (16) désignant les quantités suivantes (a,b,c,x_1,x_2:5 points) les opérations (+,-,=:3 points) et les étapes de déroulement dans le temps (5 points). En conséquence, l'enfant qui produit un codage répondant à l'ensemble de ces caractéristiques obtient le score de 13 points. (Schubauer-Leoni et Perret-Clermont 1980). Nous considérons donc les scores de chaque élève comme des mesures du degré d'explicitation des productions.

A l'aide de cet outil d'analyse nous avons vérifié que quelle que soit la condition expérimentale les élèves évoluent entre le temps 2 et le temps 4, mais les enfants qui progressent le plus sont ceux qui ont bénéficié, au temps 3, d'une situation d'interaction et de communication (condition expérimentale 1).

Dans cette même expérience (Schubauer-Leoni et Perret-Clermont 1980) les élèves de la condition expérimentale 2 (interaction avec communication invoquée) progressent aussi mais de façon moindre. En revanche, les élèves qui ont codé seuls et ont confronté ensuite leur message à un pair décodeur (condition expérimentale

3), n'évoluent pas de façon significative entre le temps 2 et le temps 4 bien que aucun enfant de cette population produise, au temps 4, un code de type "régressif" c'est-à-dire qui serait moins explicite que celui du temps 2.

Or ceci est le cas pour 2 des 7 élèves qui ont été confrontés, pendant les trois temps du codage (temps 2, 3 et 4) à l'attitude prétendument "neutre" de l'adulte expérimentateur. Les autres 5 enfants de cette condition expérimentale progressent: la confrontation implicite à l'adulte ne semble donc laisser aucun élève indifférent: ou bien il y a progrès ou bien "régression" dans l'explicitation (Schubauer-Leoni et Perret-Clermont 1980). Nous verrons que le problème de l'explicitation devra être approfondi par la suite en fonction d'une analyse des opérations effectuées mentalement puis représentées par écrit.

c) Les opérations sur les quantités et leurs formulations

L'expérience avec le jeu de trois dès (Brun et Schubauer-Leoni 1981) nous a permis de dégager trois catégories d'opérations:

* Absence de composition entre les nombres

- description partielle ou totale (A)

exemple de production: 4 5 point pour les rouge 2 pour le vert

(opération à effectuer: 5+4-2=x)

* Composition partielle avec bilan partiel:

- addition des deux gains ou transformation de la perte en gain et addition à un autre gain (B)

exemple de production:

ganier poin	perdu poin
9	2

(opération à effectuer: 5+4-2=x)

- soustraction de la perte à un gain (C)

(opération à effectuer: 5+4-2=x)

*- Composition complète et bilan

-transformation de la perte en gain et composition des 3 gains (D)

exemple de production:

dés rouge	de bleu
11	2

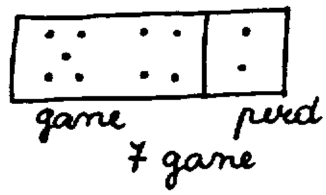
13 résulta

(opération à effectuer: 5+6-2=x)

- addition des deux gains comparés avec la perte (E)

exemple de production 1

(opération à effectuer:
5+4-2=x)



exemple de production 2

(opération à effectuer:
4+1-2=x).

1 + 4 - 2 = 3

Pour signifier ces opérations nous avons pu constater que les enfants font appel, dans cette recherche aussi, à trois registres:

- Schémas et autres indices perceptifs (ex. couleur, disposition spatiale, etc)
- Langage naturel (gagné/perdu, en plus/en moins, etc)
- Ecriture arithmétique (+,-,=)

Grâce à ce type d'analyse nous avons constaté que les élèves peuvent recourir à différents registres pour signifier une même catégorie d'opérations et ceci aux différents temps de l'expérience.

Ainsi, par exemple, l'élève peut très bien avoir effectué la composition complète et pertinente des quantités et représenter tout de même les opérations par un dessin. Dans cette expérience qui, rappelons-le, comporte deux conditions expérimentales (2.1 et 2.2) avec interaction sociale entre deux enfants (17) et une condition témoin (sans intervention de notre part au temps 3), nous n'avons relevé aucune procédure de type A (sans composition des données) lors de la phase d'interaction. Au temps expérimental consécutif à la situation d'interaction (temps 4) nous observons les effets subséquents chez l'enfant travaillant seul: l'évolution (18) témoignée par les élèves ayant bénéficié d'une phase d'interaction (condition expérimentale 2.1 ou 2.2) est nettement plus importante que celle observée dans la condition témoin en situation individuelle dans la classe (consigne donnée collectivement et réponse individuelle et écrite de l'élève).

L'évolution des élèves des deux populations expérimentales 2.1 et 2.2 s'est avérée être sensiblement la même: dans les deux conditions les sujets interagissent soit en produisant un code commun soit en se contrôlant mutuellement les deux productions. Ces données recueillies dans le cadre d'un jeu de dés (Brun et Schubauer-Leoni 1981) confirment donc l'hypothèse d'une supériorité des groupes ayant bénéficié d'une phase d'interaction.

d) Mise en rapport des deux plans (b, c) d'analyse: degré d'explicitation et niveau de composition des quantités

Il nous semble maintenant intéressant d'essayer de conjuguer les deux analyses effectuées jusqu'ici, à savoir les changements qui interviennent (entre le temps 2 et le temps 4) à la fois sur le plan de l'explicitation des quantités (grille de lecture b) et sur celui du niveau de composition de ces quantités (grille de lecture c).

Les tableaux 1 et 2 (pages 17 et 18) décrivent les quantités représentées par les élèves de l'expérience avec trois dés (Brun et Schubauer-Leoni 1981), au temps 2 et au temps 4.

Etant donné l'opération à effectuer: $a+b=x_1$ $x_1-c=x_2$, nous considérerons que l'enfant qui représente uniquement les quantités a b et c se situe à un niveau de description sans composition des données. L'enfant qui noterait au moins x_1, mais pas x_2, témoignerait d'une composition partielle des quantités. Enfin, l'élève qui marque x_2 seul ou avec d'autres données nous permet de dire qu'il a composé de façon complète et pertinente toutes les quantités du problème.

Nous constatons ainsi qu'il ne suffit pas de raisonner en termes de nombre de quantités explicitées, mais qu'il faut analyser quelles quantités sont désignées par l'enfant. En cas de changement, au cours des phases expérimentales, il s'agit de repérer quelle quantité a été ajoutée ou abandonnée et éventuellement au profit de quelle autre donnée.

Les tableaux 1 et 2 nous permettent ainsi de mettre en évidence le type d'explicitation et de composition de chaque élève aux deux temps de codage individuel de l'expérience.

Nous retrouvons ainsi (tableau 1) les 12 élèves ayant travaillé en interaction au temps 3 et qui progressent dans la composition des quantités (□), de plus nous observons que 7 d'entre eux évoluent également dans l'explicitation des quantités en jeu (⊠) tandis que 2 enfants (No 5 et 31) évoluent dans la composition des données mais explicitent quantitativement moins de quantités. Parmi les élèves ayant travaillé en interaction au temps 3, (condition expérimentale 2), 4 seulement restent stables entre le temps 2 et le temps 4, dont 2 (No 39 et 40) produisaient déjà au temps 2 une composition complète et pertinente.

Le tableau 2, portant sur la population témoin, nous indique un nombre plus important d'enfants qui produisent des codes du même type au temps 2 et au temps 4 (cf diagonale du tableau) que dans les conditions expérimentales (tableau 2); parmi ces enfants il est important de relever le groupe de 6 élèves (No 9, 10, 12, 13, 14 et 15) qui se limitent à décrire les données du problème (a, b et c), tant au temps 2 qu'au temps 4.

TABLEAU 1: EXPERIENCE "JEU DE DES" (Brun et Schubauer-Leoni 1981)

QUANTITES FORMULEES PAR LES ELEVES DE LA CONDITION EXPERIMENTALE 2) (INTERACTION et COMMUNICATION INVOQUEE)

Formulations au temps 2 et au temps 4

TEMPS 2 (colonnes) / TEMPS 4 (lignes)

TEMPS 4 \ TEMPS 2	0	1 aoub	1 c	1 x_1	1 x_2	2 ab	2 ac	2 bc	2 cx_1	2 cx_2	2 x_1x_2	3 abc	3 abx_2	3 cx_1x_2	3 acx_2	4 $abcx_1$	4 $abcx_2$	4 bcx_1x_2	4 acx_1x_2	5 $abcx_1x_2$
0																				
1 a ou b																				
1 c																				
1 x_1																				
1 x_2																				
2 ab																				
2 ac																				
2 bc																				
2 cx_1																				
2 cx_2												5								
2 x_1x_2																				
3 abc							3					6								
3 abx_2																				
3 cx_1x_2									25			7								
3 acx_2																				
4 $abcx_1$																26				
4 $abcx_2$												4 8		34* 32*			29* 39 40			31*
4 bcx_1x_2																				
4 acx_1x_2																				
5 $abcx_1x_2$									23 24					33**			41 42			30*

27 inclassable
au temps 4

Les élèves sont représentés par des nombres.

- (cercle) L'enfant évolue quant au nombre de quantités explicitées
- (cercle pointillé) L'enfant diminue le nombre d'explictations des quantités

} selon la grille de lecture (b) relative au degré d'explicitation des données

- (carré) L'enfant effectue au temps 4 une composition plus complète ou pertinente des quantités
- (carré pointillé) La composition des données du temps 2 était plus complète ou pertinente que celle effectuée au temps 4

} selon la grille de lecture (c) concernant la formulation des opérations sur les quantités

- (cercle dans un carré) L'enfant évolue sur les deux plans considérés (b et c)
- (cercle pointillé dans un carré pointillé) L'enfant effectue au temps 4 une production de type "regressif" sur les deux dimensions b et c
- * au temps 2 l'enfant transforme la perte en gain: composition non pertinente. Au temps 4 la composition est par contre pertinente
- ** composition qui transforme la perte en gain au temps 2 et au temps 4

TABLEAU 2: EXPERIENCE "JEU DE DES" (Brun et Schubauer-Leoni 1981)

QUANTITES FORMULEES PAR LES ELEVES DE LA CONDITION TEMOIN (AUCUNE PASSATION DE NOTRE PART AU TEMPS 3)

Formulations au temps 2 et au temps 4

TEMPS 2

TEMPS 4	0	1 aoub	1 c	1 x_1	1 x_2	2 ab	2 ac	2 bc	2 cx_1	2 cx_2	2 x_1x_2	3 abc	3 abx_2	3 cx_1x_2	3 acx_2	4 $abcx_1$	4 $abcx_2$	4 bcx_1x_2	4 acx_1x_2	5 $abcx_1x_2$
0																				
1 a ou b														36*						
1 c																				
1 x_1																				
1 x_2																				
2 ab																				
2 ac																				
2 bç									19											
2 cx_1									20 22			11		37						
2 cx_2																				
2 x_1x_2																				
3 abc	1					2			17			9 10 12 14 13 15								
3 abx_2																				
3 cx_1x_2																				
3 acx_2																				
4 $abcx_1$									21											
4 $abcx_2$					35*							16					38 44			
4 bcx_1x_2																				
4 acx_1x_2																				
5 $abcx_1x_2$									18											

Les élèves sont représentés par des nombres

cf légende tableau 1 page 17

Le tableau 3 indique les différents changements intervenus entre le temps 2 et le temps 4 dans les conditions expérimentales et témoin.

La supériorité des conditions ayant bénéficié d'une phase d'interaction au temps 3 est nette dans l'expérience avec jeu de dés (Brun et Schubauer-Leoni 1981): aucune "régression", peu de conduites stables et surtout plus de progrès sur les deux plans à la fois (composition et explicitation des quantités).

Nous avons repris cette analyse avec les données de la première recherche avec des bonbons (Schubauer-Leoni et Perret-Clermont 1980). La supériorité de la condition expérimentale 1 (interaction et communication à un pair décodeur) avait été établie jusqu'ici uniquement sur la base d'une explicitation plus importante des données. Nous allons voir maintenant ce qui se passe dans les quatre conditions expérimentales si nous tenons compte de la dimension composition des quantités du problème.

Le tableau 4 nous confirme la supériorité de la condition (1) où les élèves ont bénéficié, au temps 3, d'un travail en interaction et avec communication à un troisième enfant.

Tableau 3, voir page 20
Tableau 4, voir page 21

Tableau 3: Changements intervenus entre le temps 2 et le temps 4 chez les élèves des conditions expérimentales 2 (avec interaction au temps 3) et témoin (pas de passation au temps 3), dans le cadre de l'expérience avec un jeu de dés (Brun et Schubauer-Leoni 1981)

	I	II	III	IV	V	VI	
		ou	=	ou	ou		nombre total d'élèves
CONDITIONS EXPERIMENTALES	0	0	4	2	4 + 3 = 7	7	20
CONDITION TEMOIN	2	1	10	1 + 1=2	3	3	21
TOTAUX	2	1	14	4	10	10	41

(niveau d'analyse: le sujet)

Légende:

I → l'enfant produit au temps 4 un code de type "régressif" soit du point de vue de l'explicitation des quantités ( ) que de la composition des données ( )

II ou → l'enfant reste stable sur une des deux dimensions et "régresse" sur l'autre

III = → stabilisation sur les deux plans étudiés

IV
- → l'enfant évolue dans la composition des données et "régresse" dans l'explicitation des quantités
- → l'enfant progresse dans l'explicitation et régresse dans la composition des quantités

V
- → l'enfant n'évolue que dans l'explicitation des quantités
- → l'enfant n'évolue que dans la composition des quantités

VI → l'enfant évolue sur les deux plans à la fois

Tableau 4: Changements intervenus entre le temps 2 et le temps 4 chez les élèves des quatre conditions expérimentales de l'expérience avec les bonbons (Schubauer-Leoni et Perret-Clermont 1980)

	I	II	III	IV	V	VI	
		ou	=	ou	ou		nombre total d'élèves
CE I	0	0	0	0	4 + 1 = 5	9	14
CE II	1	1	3	1	4	2	14
CE III	0	1 + 1 = 2	2	0	2	0	6
CE IV	0	1 + 1 = 2	0	0	2	3	7
Totaux	1	5	3	1	13	14	39

(niveau d'analyse: l'enfant)

CE I : Condition expérimentale avec codage en interaction et communication à un pair

CE II: Condition expérimentale avec codage en interaction et communication seulement invoquée

CE III: Condition expérimentale avec codage individuel et communication à un pair décodeur

CE IV: Condition expérimentale avec codage individuel et communication à un pair seulement invoquée

légende: voir tableau 3.

e) <u>Quelques remarques à propos des registres utilisés dans la formulation des opérations</u>

Jusqu'à présent nous avons analysé les changements observés dans les différentes situations expérimentales et témoin du point de vue de la composition et de l'explicitation des quantités, mais nous n'avons pas encore mis en évidence un lien éventuel entre les modifications observées et les registres (19) utilisés par les élèves pour signifier les opérations.

Prenons l'expérience de composition des gains et des pertes lors d'un jeu de dés (Brun et Schubauer-Leoni 1981)

<u>T A B L E A U 5</u>: <u>REGISTRES UTILISES PAR LES ELEVES DES CONDITIONS EXPERIMENTALES AUX TEMPS 2 ET 4</u>

<u>TEMPS 2</u>

Temps 4		Schémas et indices perceptifs	Langage naturel	Ecriture arithmétique
	Schémas et indices perceptifs	31	3 33	
	Langage naturel	32 5 39	8 23 34 25 29 7 6 26 27 40	
	Ecriture arithmétique	4 30	24 41 42	

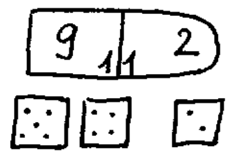
Les élèves sont notés ici en fonction des changements manifestés par ailleurs (cf. tableau 1) quant à la composition et à l'explicitation des quantités. cf légende tableau 1.

EXEMPLES DE PRODUCTION AU TEMPS 2 ET AU TEMPS 4 (voir tableau 4)

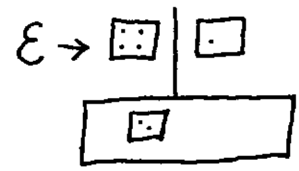
No DE L'ELEVE indiqué dans le tableau	TEMPS 2	TEMPS 4

31

(5+4-2=x)



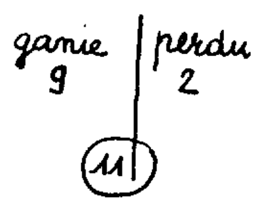
(4+1-2=x)



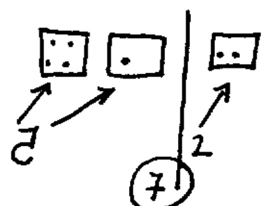
L'enfant utilise dans les deux cas le dessin et l'espacement des données pour représenter les o p é r a t i o n s en jeu. Des modifications interviennent, entre le temps 2 et le temps 4 soit au niveau de la composition des quantités (au temps 2 l'enfant transforme la perte en gain et additionne les trois quantités, tandis qu'au temps 4 la composition est pertinente), soit au niveau de l'explicitation des quantités en jeu (contrairement au temps 2, au temps 4 l'enfant ne note plus le bilan intermédiaire x_1).

33

(5+4-2=x)



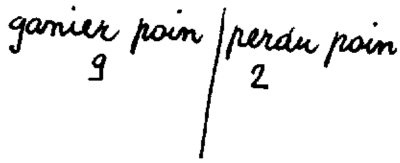
(4+1-2=x)



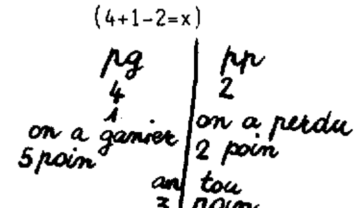
Au temps 2 l'enfant formule les opérations par le langage naturel en terme de "gagné/perdu". Au temps 4 il utilise un schéma fléché. Aux deux temps de l'expérience nous retrouvons une composition du même type: transformation de la perte en gain et bilan des trois gains, en revanche l'élève explicite plus de quantités au temps 4 qu'au temps 2.

23

(4+5-2=x)



(4+1-2=x)

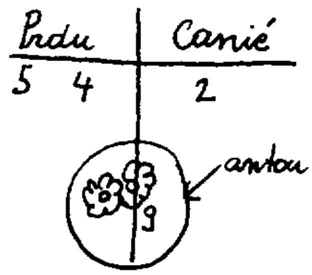


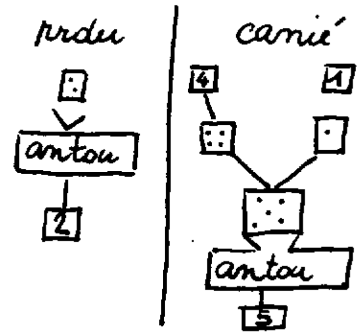
Cet élève formule dans les deux cas l'opération par le langage naturel, mais au temps 2 il se limite à signifier le bilan intermédiaire (x_1) et la perte, tandis qu'au temps 4 il spécifie les données du problème (a, b et c), le bilan x_1 et le bilan final x_2 : il y a donc évolution à la fois dans l'explicitation des quantités et dans la composition des données.

TEMPS 2 | TEMPS 4

(5+4-2=x) | (4+1-2=x)

26

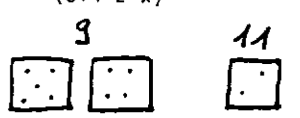




Au temps 2 et au temps 4 les opérations sont formulées en langage naturel, l'enfant effectue aux deux temps expérimentaux une composition partielle (composition additive des gains uniquement) et explicite toujours autant de quantités.

30

(5+4-2=x)



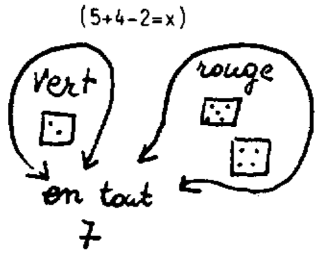
(4+1-2=x)

$4+1=5-2=3$

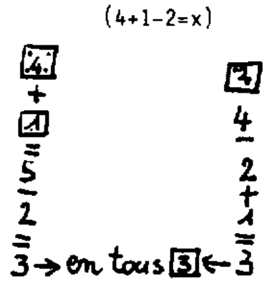
Changement de registre au temps 4 (avec l'utilisation des signes arithmétiques +, -. =), de plus l'enfant cesse au temps 4 de transformer la perte en gain.

42

(5+4-2=x)



(4+1-2=x)



L'enfant formule les opérations à l'aide du langage naturel au temps 2 et introduit au temps 4 les signes arithmétiques. La composition des données du problème étant déjà pertinente et complète au temps 2, l'élève explicite au temps 4 le bilan intermédiaire x_1.

TABLEAU 6: REGISTRES UTILISES PAR LES ELEVES DE LA CONDITION TEMOIN AUX TEMPS 2 ET 4

TEMPS 2

Temps 4	Schémas et indices perceptifs	Langage naturel	Ecriture arithmétique
Schémas et indices perceptifs	9 12		
Langage naturel	2 17 11	21 10 13 14 20 22 19 36 37	
Ecriture arithmétique	18 35		16 15 38 44

No DE L'ELEVE indiqué dans le tableau 6	TEMPS 2	TEMPS 4
	(5+4-2=x)	(4+1-2=x)
9	2, 5, 4	1 4 2

Au temps 2 et au temps 4 l'enfant se limite à signifier les quantités du problème sans les composer et en opérant uniquement un certain espacement entre les données.

	(5+4-2=x)	(4+1-2=x)
17	9 2	1-4-2 1-4 sont les piont con gagne et 2 les piont con per

Voici l'exemple d'un élève qui introduit au temps 4 le langage naturel pour formuler les opérations, qui explicite au temps 4 plus de quantités qu'au temps 2, mais pour ce faire se limite à décrire les gains et les pertes sans les composer (au temps 2 l'enfant opérait au moins la composition additive des gains). Il s'agit donc d'un cas d'évolution dans l'explicitation mais "régression" dans la composition des données.

	TEMPS 2	TEMPS 4
	(5+4-2=x)	(4+1-2=x)
11	5, 4, 2	j'ai ganier 5 poin j'ai perdu 2

Nous avons ici le cas inverse du précédent (enfant 17): l'enfant progresse dans la composition des données mais explicite moins de quantités au temps 4, il introduit, lui aussi, le langage naturel pour formuler les opérations.

	(5+4-2=x)	(4+1-2=x)
19	ganer 9 pertu 2	ge gagner 1 poin et 2 poin con lā pertu

Cet enfant utilise dans les deux cas le langage naturel. Il explicite toujours autant de quantités, mais celles-ci sont de "valeur" différente: en effet, au temps 2 l'enfant effectuait une composition partielle des données en notant x_1 et la perte (c); au temps 4 il n'effectue plus aucune composition et il se limite à marquer un des gains et la perte

	(5+4-2=x)	(4+1-2=x)
18	9 2	1 pour les rouq + 4 = 5 - 2 = 3

Introduction au temps 4 de l'écriture arithmétique. Progrès dans la composition des données (transformation de la perte en gain au temps 2 mais composition correcte au temps 4) et progrès dans l'explicitation des quantités.

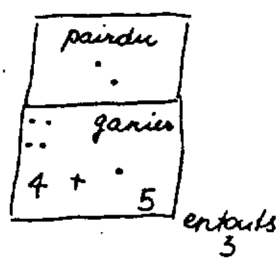
	(5+4-2=x)	(4+1-2=x)
16	4 + 5 - 2	1 + 4 - 2 = 3

Toujours dans le registre "écriture arithmétique", l'enfant note les signes + et - au temps 2 mais ne compose pas les quantités (quel est alors le statut de ces signes ?); en revanche, au temps 4 le bilan est correctement formulé.

D'après ces exemples il est possible de constater que l'enfant recourt facilement à plusieurs registres qu'il utilise parfois de façon mixte (deux registres dans une même formulation); ainsi il faut comprendre notre catégorisation ("schémas et indices perceptifs", "Langage naturel" et "Ecriture arithmétique") de la façon suivante: l'enfant signalé comme utilisant des schémas ou autres indices perceptifs est celui qui ne fait appel à aucun autre type de formulation des o p é r a t i o n s dans le même message. En revanche, l'élève qui formule les opérations en jeu par le langage naturel, utilise très souvent aussi d'autres indices perceptifs pour signifier, parfois de façon redondante, la même information que celle rendue par le langage naturel.

De même, l'emploi d'une écriture arithmétique ne signifie pas que l'élève produise un codage exclusivement de type équationnel; bien souvent les signes permettant la formulation arithmétique d'une opération coexistent dans une formulation en langage naturel et ils sont parfois "enrichis" de dessins.

Voici un exemple:



L'analyse des formulations en termes de "détails" ou redondances d'informations (dont l'adulte et le chercheur en particulier pense que l'activité mathématique doit justement s'abstraire!) (Schubauer-Leoni et Grossen, à paraître) constitue ainsi un axe important de la problématique de la formulation, mais nous ne développerons pas davantage ce thème dans cet article.

Les tableaux 5 et 6 nous donnent des indications importantes: parmi la population de la condition témoin (tableau 6), nous constatons que peu d'élèves (5) modifient le registre entre le temps 2 et le temps 4: 5 élèves seulement introduisent des changements; parmi ces 5, trois recourent à l'écriture arithmétique et évoluent soit du point de vue de la composition que de l'explicitation des quantités. Les trois autres (2, 17 et 11) n'évoluent que sur une dimension et adoptent, au temps 4, le registre du langage naturel. Dans cette condition témoin, parmi les enfants qui utilisent le même registre aux deux temps de l'expérience, deux seulement progressent sur une dimension au moins (élèves 21 et 16). En revanche, la moitié des élèves des conditions expérimentales modifient au temps 4, le registre utilisé au temps 2 (20).

Ces modifications ne vont pourtant pas nécessairement de pair avec une évolution dans la composition ou l'explicitation des données du problème.

Ainsi 4 enfants progressent en explicitation et composition des données tout en restant dans le registre "langage naturel". D'autre part, 9 élèves ayant changé de registre modifient également positivement l'explicitation et/ou la composition des quantités.

Si on relit les résultats relatifs aux conduites d'explicitation et de composition en tenant compte des registres utilisés pour signifier les opérations, un élément nouveau apparaît dans cette expérience: en effet l'enfant devient au temps 3 susceptible de fournir des productions plus explicites et de composer de façon plus pertinente les données du problème même dans les registres de formulation qui ne s'appuyent pas sur l'écriture arithmétique usuelle.

Les élèves de la condition contrôle qui n'ont pas été confrontés à une intervention de notre part au temps 3, semblent se figer dans le premier registre utilisé; certains "régressent", la plupart ne modifient rien à leur formulation du temps 2, mais ceux qui progressent le plus (en composition et en explicitation) le font en adoptant les signes de l'écriture arithmétique: étant donné le manque de confrontation au point de vue d'un autrui autre que le regard de l'expérimentateur ont-ils cherché du côté du langage "normé" de l'école ?

Face à ces différents résultats les questions que nous nous posons sont les suivantes: quel décodage de la situation ont effectués les différents élèves ? Les enfants de la condition témoin ou ceux de la condition expérimentale 4 (relation enfant-expérimentateur), quelles explications se donnent-ils de ces remises en scène qui reformulent, à quelques jours d'intervalle, les mêmes questions à propos d'un même jeu ?

A l'école n'ont-ils pas l'habitude de "refaire", "recommencer" un travail lorsqu'il a été mal fait ou si la réponse donnée dans un premier temps est fausse ? Ainsi, même si l'expérimentateur s'abstient de tout commentaire lors du premier codage les élèves ne vont-ils pas interpréter la nouvelle passation ("nouvelle" du point de vue du déroulement expérimental mais pratiquement identique dans le contenu et la forme!) comme étant une demande implicite d'"améliorer" leur première production ? Il est en effet significatif de relever que la moitié des élèves de la classe témoin modifient, en positif ou en négatif leur première production. Or, quel est le statut (cognitif et social) de ces modifications ?

De même une étude détaillée de ce qui se passe dans les interactions entre pairs lors du codage nous permettrait de mieux comprendre la signification attribuée à la tâche par les élèves et le statut des différentes productions: qu'est-ce qui détermine leur choix des registres ? Quels sont les indices qui orientent leur production ? Négocient-ils explicitement entre eux les choix à opérer ? Les observations effectuées jusqu'à présent semble montrer que l'échange commence rarement par une discussion; habituellement un enfant prend l'initiative de la plume en disant: "j'écris" ou "je fais un calcul". Ensuite les enfants se corrigent mutuellement et la plupart du temps ils se limitent à soigner la forme du message, voire l'orthographe s'il s'agit du registre du langage naturel.

Poser le problème dans ces termes, questionner le statut des productions recueillies dans les différentes conditions expérimentales et témoin, interroger la signification des modifications obtenues au cours des micro-histoires expérimentales construites, cela revient à repenser l'articulation théorique entre "ce qu'on attendait" et "ce qu'on a trouvé"! Ainsi, si avant de procéder aux démarches expérimentales décrites nous avions déjà quelques bonnes raisons de penser que les situations relationnelles d'interaction et de communication entre pairs seraient particulièrement susceptibles de déclencher des progrès (progrès qui se retrouveraient de façon subséquente chez l'individu effectuant seul une tâche similaire), nous proposons maintenant de prendre également en compte dans "ce qu'on a trouvé", non seulement la confirmation de l'hypothèse principale en tant que telle, mais aussi l'ensemble des constats (relatifs à la tâche, à la relation entre partenaires, au type de questionnement, à l'attitude de l'enfant lors de l'établissement de l'intersubjectivité nécessaire à la recherche d'une solution, etc.) recueillis en cours de passation et selon les différentes modalités prévues.

2. Des progrès dans la production d'une formulation écrite entraînent-ils des progrès dans la résolution d'équations lacunaires ?

Nous avons vu que l'élève qui complète correctement une page d'équations lacunaires ne recourt pas automatiqu ment à ce type de code pour signifier une opération effectuée matériellement et mentalement. Or, que se passe-t-il sur le plan d'une "bonne page de calculs" après deux ou trois séances expérimentales de travail sur les formulations écrites ? En clair, nous nous posions la question suivante: si l'enfant évolue dans la formulation de la composition des données, va-t-il du coup effectuer moins de fautes à un test papier-crayon faisant appel à des opérations de même type ? Examinons les résultats du temps 5 (test papier-crayon) en fonction des conditions expérimentales antérieures.

T A B L E A U 7: CHANGEMENTS INTERVENUS CHEZ LES ELEVES DES CONDITIONS EXPERIMENTALES (2.1et 2.2) AUX DEUX TACHES SUIVANTES:

1) Compléter des équations lacunaires de type additif,
2) Produire des écritures symboliques pour signifier des opérations additives .

(d'après données expérience Brun et Schubauer-Leoni 1981)

2) PRODUCTION D'ECRITURES PAR L'ELEVE
(changements intervenus entre le temps 2 et le temps 4)

1) RESOLUTION D'EQUATIONS LACUNAIRES
(changements entre le temps 1 et 5)

	COMPOSITION plus complète et plus pertinente au temps 4 +	même COMPOSITION au temps 2 et au temps 4 =	COMPOSITION moins complète et pertinente au temps 4 -	Nombre total d'élèves
+ Moins de fautes	2	3	0	5
= Autant de fautes	3	0	0	3
- Plus de fautes	4	4	0	8
Pas de passation aux équations lacunaires	3	1	0	4
Totaux	12	8	0	20

TABLEAU 8: CHANGEMENTS INTERVENUS CHEZ LES ELEVES DE LA CONDITION TEMOIN AUX TACHES SUIVANTES:

1) Compléter des équations lacunaires de type additif,
2) Produire des écritures symboliques pour signifier des opérations additives.

2) PRODUCTION D'ECRITURES PAR L'ELEVE
(changements intervenus entre le temps 2 et le temps 4)

1) RESOLUTION D'EQUATIONS LACUNAIRES
(changements entre le temps 1 et 5)

	COMPOSITION plus complète et plus pertinente au temps 4 (+)	même COMPOSITION au temps 2 et au temps 4 (=)	COMPOSITION moins complète et pertinente au temps 4 (-)	Nombre total d'élèves
(+) Moins de fautes	3	5	0	8
(=) Autant de fautes	0	4	2	6
(-) Plus de fautes	1	3	2	6
Pas de passation aux équations lacunaires	0	1	0	1
Totaux	4	13	4	21

Nous constatons que l'évolution dans la formulation de la composition des quantités ne va pas nécessairement de pair avec une résolution plus correcte d'équations lacunaires: surtout les élèves qui ont spécifiquement travaillé sur la formulation d'écritures symboliques (tableau 7: population expérimentale) et qui évoluent quant à la composition signifiée des quantités, ces mêmes élèves complètent le test papier-crayon du temps 5 en faisant parfois plus de fautes qu'au temps 1. Seuls 2 élèves progressent aux deux tâches.

Chez les enfants de ces conditions expérimentales il nous semble possible d'affirmer qu'une nouvelle dynamique s'est créée: s'ils évoluent dans la tâche qu'ils ont exercée spécifiquement au temps 3, ils paraissent en revanche affecter de pseudo-régressions dans la résolution d'équations lacunaires.

Par contre, les élèves de la condition témoin qui n'ont pas bénéficié d'une telle activité spécifique au temps 3 progressent - c'est surprenant - peut-être un peu plus dans la tâche de résolution d'équations lacunaires, activité, qui est, elle, rappelons-le, plus typiquement scolaire.

Mais les évolutions observées dans les procédures de symbolisation ne signifient pas que les enfants se sont appropriés les <u>relations</u> en jeu dans l'équation a+b-c=x. Les formulations adoptées décrivent, pour la plupart, des <u>procédures de calcul</u>. En langage naturel l'enfant s'exprime par exemple en termes de: "ça fait", "en tout", etc. Même lorsqu'il fait appel aux symboles arithmétiques, certaines écritures par enchaînement:

ex : $5+3=8-2=6$

témoignent également de son expression d'une procédure de calcul.

Selon Freudenthal une telle conception relève d'une "interprétation naïve" et en parlant du "sens des formules algébriques" il précise: "L'interprétation naïve des formules algébriques est celle d'un rapport sur une suite d'opérations et leur résultat: 2+7 est lu comme un commandement" "A 2 ajoutez 7", et la formule: 2+7=9 comme un récit "A 2 ajoutez 7 et le résultat est 9". Cette interprétation naïve explique aussi bien la structure par ordre linéaire des expressions: 3-7+6-8+4 que les 2+7=9+7=16+7=23... des cahiers de calculs arithmétiques. Selon l'interprétation acceptée en mathématique, 2+7 ne constitue pas un problème mais un nombre et, d'une façon générale a+b est un nombre dès lors que a et b sont des nombres. Dans cette interprétation, le signe d'égalité se lit "est la même chose que". Un même objet peut avoir des noms divers, ainsi "Paris" et "la capitale de la France" désignent le même objet; le nombre 9 peut être désigné par une infinité d'expressions, telles que 2+7, 10-1, 3^2, 9.1, etc. Dans cette interprétation, le signe d'égalité n'est pas un signe, mathématique, mais un signe sémantique, exprimant que deux termes signifient la même chose". (Freudenthal, Encyclopedia Universalis, sous "notation mathématique").

Une telle conception semble présente parfois chez l'adulte aussi: N. Picard (1972) citée par Baruck (1973) confirme: "Tous les adultes avec lesquels j'ai travaillé savaient fort bien calculer. Toutefois aucun n'a été capable de justifier la proposition "4+3=5+2" autrement que par référence au "résultat" de l'addition. Tous ont refusé de considérer "4+3" comme un nombre. L'égalité par ailleurs leur paraissait non pas comme un signal d'identification de deux désignations (ce qui donne le droit de substituer quand on le veut une désignation à une autre), mais comme un signal de résultat".

IV. CONCLUSIONS

Au terme de l'analyse de ces deux recherches il nous semble possible d'affirmer que les situations qui permettent à l'élève de confronter son point de vue, son idée de la formulation, avec un camarade à l'approche divergente, sont susceptibles de favoriser une composition et une explicitation plus complète des données du problème. L'enfant en interaction avec un pair (conditions 1 et 2 du temps 3) et seul ensuite au temps 4 peut ainsi parvenir à une formulation du message écrit (pour un tiers qui le lira réellement ou pour un décodeur potentiel) qui explicite de façon détaillée les quantités et les opérations effectuées sur ces quantités, mais pour ce faire l'enfant n'utilisera pas nécessairement l'écriture arithmétique canonique.

D'autre part nous avons vu que la capacité à compléter des équations lacunaires de type additif ne va pas de pair avec le recours à ce même code lors d'une formulation d'opérations effectuées par l'élève; ainsi l'exercice spécifique de l'activité de formulation n'entraîne pas automatiquement des progrès (moins de fautes) dans la résolution d'égalités lacunaires: ces deux types de compétences semblent ainsi relever de mécanismes (cognitifs, mais peut-être aussi de représentation sociale de la situation et de la tâche) de natures différentes.

En termes de composition et d'explicitation des données, les élèves de la condition expérimentale 3 (codage individuel et confrontation au décodage d'un pair) semblent évoluer moins que ceux des conditions 1 et 2 (avec interaction) et que ceux de la condition 4 (enfant seul face à l'adulte).

Nous avons encore relevé le fait que la dynamique activée par les situations d'interaction se manifeste aussi par des changements au niveau des registres utilisés: les élèves de la condition témoin (Brun et Schubauer-Leoni, 1982) travaillent, pour la plupart, dans le cadre d'un même registre pour signifier les opérations des phases de la passation du temps 2 et temps 4, tandis que les élèves de la population expérimentale s'avèrent plus mobiles de ce point de vue.

Nous avons observé finalement que le recours au code équationnel enseigné en classe pour formuler les opérations en jeu reste sporadique (recours un peu plus fréquent chez les enfants de la condition 1 - interaction et communication), nous nous demandons alors comment et dans quelles circonstances sociales l'élève s'approprie-t-il ce code et juge-t-il pertinent d'y recourir pour signifier des opérations additives ? En d'autres termes, si l'enfant ne recourt pas à l'écriture équationnelle pour signifier (d'une façon qui semblerait fonctionnelle à l'adulte expérimentateur) les opérations effectuées: de quel ordre sont les obstacles rencontrés par l'élève ? L'intrication entre des dimensions cognitives et sociales nous paraît particulièrement complexe; des éléments de compréhension et d'explicitation du processus pourraient être à rechercher au croisement de plusieurs axes de recherche dont les principaux seraient les suivants:

- Le premier consiste à développer l'étude des connaissances mathématiques chez l'élève (seul avec l'adulte, avec des pairs, en situation de laboratoire et dans sa classe scolaire) et ceci en tenant compte des caractéristiques des situations et du contexte (cognitif, relationnel et matériel) dans lesquelles elles s'actualisent et fonctionnent.
- Le deuxième axe de recherche, en amont par rapport au premier, voudrait cerner par quelles catégories de pensée l'élève et puis l'enseignant voire l'expérimentateur, se représentent les mathématiques en tant qu'objet à apprendre pour les uns et à enseigner pour les autres. Par le biais des représentations sociales à l'oeuvre dans le processus d'enseignement/appropriation (Perret-Clermont et al 1981) on devrait pouvoir mieux décoder les indices qui permettent à l'élève, face à un problème (annoncé ou non comme étant un problème de mathématique) d'interpréter le sens de la question et de choisir parmi une série de stratégies et de réponses possibles celles qui lui semblent à la fois cognitivement satisfaisantes et pertinentes, voire socialement recevables dans le contexte particulier où il se trouve.

*   *   *   *

NOTES

1) La place que les programmes officiels consacrent aux mathématiques et par conséquent le temps journalier que les enseignants prévoient pour des activités mathématiques dès la 1ère primaire (6 ans) en témoignent. Pour ne pas mentionner le fait que la plupart des parents ont aussi une opinion sur ce que devraient être les savoirs mathématiques de leurs enfants et leur importance pour la suite de la scolarité et la position sociale future.

2) Ces enseignants sont formés pour enseigner les différentes disciplines au programme à l'école primaire - dont les mathématiques - mais ils ne sont pas des professeurs de mathématique avec une formation universitaire spécifique en mathématique. Nous ne soulignons pas ici une différence dans la hiérarchie de la profession enseignante mais nous attirons l'attention sur les différents rapports à la branche d'enseignement (et à ses difficultés pédagogiques) susceptibles d'être rencontrées dans différentes catégories de maîtres. (cf. Perret 1981).

3) Selon Brousseau (1976) ces trois dialectiques indissociables font appel à la communication et à ses contraintes. Ainsi si nous prenons l'exemple des questions de validation, l'élève "(...) doit s'adresser comme un sujet à un autre sujet susceptible d'accepter ou de refuser ses assertions, de lui demander d'administrer des preuves de ce qu'il avance, de lui opposer d'autres assertions. Ces échanges contribuent à faire expliciter les théories mathématiques mais aussi à mettre en place les mathématiques en tant que moyen de prouver."

4) Nous prendrons comme exemple les opérations d'addition à l'école primaire parce que l'impression de "familiarité" avec l'objet (alimentée par le souvenir de sa propre pratique d'élève) fait que "n'importe qui" se sent autorisé à s'exprimer sur la compétence que tel enfant "a" (ou "devrait avoir"!) de ce type d'opération arithmétique.
Et pourtant notre perspective n'est pas mathématicienne au sens que les mathématiques qui nous intéressent ici sont bien les mathématiques enseignées à l'école et non les mathématiques telles que les mathématiciens les ont inventées. De l'un à l'autre contexte il y a tout le travail et la distance de la "transposition didactique" (Verret 1975, Chevallard 1980, Conne 1981). De plus, dans le champ scolaire nous avons à faire à des agents sociaux divers qui élaborent des représentations sociales spécifiques de l'objet d'enseignement ainsi dé et re-contextualisé (Perret-Clermont et al 1981).

5) Pour une étude de la signification qui est donnée à ce terme dans la recherche actuelle en mathématique. Voir Brun 1981.

6) Ouvrage regroupant, sous forme d'exercices, les notions exigées par les programmes scolaires.

7) Cette précision est importante du point de vue du marquage de la situation: en effet l'expérimentateur ne précise pas à l'enfant qu'il s'agit d'une "activité mathématique"; le contrat entre expérimentateur et sujet est donc particulièrement flou et l'enfant n'a que peu d'indices pour identifier et actualiser "le" registre mathématique considéré pertinent par l'adulte.

8) Ce terme prend ici une signification pragmatique. Actualiser ne signifie pas que des connaissances "virtuelles" seraient manifestées, mais plutôt que par leur actualisation elles "sont en même temps transformées de par le modelage constitutif des conditions de communicabilité", comme dit H. PARRET (1980) et il ajoute: "(...) cette actualisation est intégralement affectée par la constellation interactionnelle" (p. 69).

9) Selon la modalité habituelle de travail en classe: les élèves reçoivent une consigne collective à laquelle ils répondent individuellement.

10) Progrès dans le sens de l'élaboration d'un code dont la formulation serait de plus en plus explicite et intelligible par autrui: allant dans le sens d'une composition de plus en plus pertinente des données du problème voire même un recours plus systématique au formalisme équationnel appris en classe par ailleurs.

11) Nous avons analysé les réponses écrites au test papier-crayon, à partir desquelles nous pouvons inférer un certain nombre d'hypothèses relatives aux compétences des élèves. Il s'agit bien sûr d'une information limitée, qui nous dit relativement peu sur le statut cognitif de ce type de productions. C'est par d'autres recherches que nous savons "ce que l'élève de 7 ans "lit" dans une équation" (Conne 1979).

12) "Trop souvent la question didactique est posée en des termes tels que "le passage au symbolisme" est considéré comme découlant naturellement de la maîtrise des notions par simple association des symboles adéquats" (Brun 1981).

13) "Regarde bien ce que je fais" dit-il en ajoutant et en enlevant des bonbons d'un cornet. Il dira enfin: "combien y a-t-il maintenant de bonbons dans le cornet ?"

14 et 15) Ces termes sont ici choisis à dessein parce qu'ils sont souvent utilisés, dans le langage courant, mais aussi par les enseignants pour parler des élèves "moyens" et "bons".

16) Ce type d'analyse est donc effectué indépendamment du registre utilisé par l'élève: les quantités peuvent ainsi être signifiées sous forme chiffrée ("2"), en langage naturel ("deux") ou par un autre genre de graphisme (ex "□□ "). Idem pour la formulation des opérations en jeu.

17) Dans la condition 1 les enfants codent un message commun en vue de le communiquer à un tiers potentiel; dans la condition 2 les élèves codent à tour de rôle, en se corrigeant et contrôlant mutuellement.

18) Par évolution nous entendons tout changement allant dans le sens de la vection suivante: Description sans composition (A) →Composition partielle (B ou C) ⟶ Composition complète mais non pertinente (D)⟶ Composition complète et pertinente (E).

19) Registre en tant que caractère particulier, "tonalité" de la formulation. Nous verrons que parfois l'enfant formule ses opérations à l'aide de 2 voire 3 registres différents.

20) Nous rappelons pourtant que dans cette recherche (Brun et Schubauer-Leoni 1981) les couples d'élèves du temps 3 ont été constitués en fonction des compositions opérées par les enfants sur les données du temps 2 et non sur des différences de registre chez les élèves.

Liste des publications INTERACTIONS DIDACTIQUES:

No 1 Décontextualisation, recontextualisation du savoir dans l'enseignement des mathématiques à de jeunes élèves, juillet 1982.

No 2 Processus psychosociologiques, niveau opératoire et appropriation de connaissances, avril 1982.

No 3 A paraître.

No 4 Construction sociale d'écritures symboliques en deuxième primaire (opérations additives), avril 1984.

BIBLIOGRAPHIE

BARUK, S. - Echec et maths, Seuil, 1973.

BRESSON, F. - A côté du langage. Revue philosophique, 1, 1978, 489-494.

BROUSSEAU, G. - Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. Comptes rendus de la XXVIIIe rencontre organisée par la Commission internationale pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques (CIEAEM), Louvain-La-Neuve, 1976.

BRUN, J. - Education mathématique et développement intellectuel, Thèse de 3eme cycle, Université de Lyon II, 1975

BRUN, J. - A propos de la didactique des mathématiques, Math Ecole, No 100/101, 1981.

BRUN, J., CONNE, F. - Approches en psychopédagogie des mathématiques, Cahiers de la Section des Sciences de l'éducation, Université de Genève, 12, 1979.

BRUN, J., SCHUBAUER-LEONI, M.L. - Recherches sur les activités de codage d'opérations additives en situation d'interaction sociale et de communication - IMAG -, Université de Grenoble, Mars 1981.

BRUN, J., SCHUBAUER-LEONI, M.L. - Représentations symboliques d'opérations additives en situation d'interaction sociale: le problème de la catégorisation des procédures symboliques mises en oeuvre dans les productions écrites des élèves, 1982.

CHEVALLARD,Y. - La transposition didactique, Cours de la 1ère Ecole d'été de didactique des mathématiques, Chamrousse 1980 (à paraître).

CONNE, F. - La transposition didactique à travers l'enseignement des mathématiques en première et deuxième année de l'école primaire. Thèse de doctorat. Faculté de psychologie et sciences de l'éducation, Université de Genève, 1981.

CONNE, F. - Recherche sur la lecture de l'écriture équationnelle chez des enfants de 7 ans. Rapport de recherche. 1979. (à paraître).

DOISE, W., MUGNY, G. - Le développement social de l'intelligence, Paris, Interéditions, 1981.

PARRET, H. - Connaissance et contextualité. In: H. PARRET et al. Le langage en contexte. Linguistical investigationes: supplementa. Amsterdam, John Benjamins B.V.-1980.

PERRET, J.F. - A quelles causes les difficultés d'apprentissage en mathématiques sont-elles attribuées ? Contributions au Colloque d'Aix-en-Provence, "Représentations sociales et champ éducatif". Nov. 1980 - IRDP/R.81.07.

PERRET-CLERMONT, A.N. - *La construction de l'intelligence dans l'interaction sociale*, P. Lang, Collection Exploration, Berne, 1979.

PERRET-CLERMONT, A.N. SCHUBAUER-LEONI, M.L. - Conflict and cooperation as opportunities for learning. *In* : P. Robinson (*ed*): *Communication in development*, Academic Press, 1981.

PERRET-CLERMONT, A.N., BRUN, J., CONNE, F., SCHUBAUER-LEONI M.L. - Décontextualisation et recontextualisation du savoir dans l'enseignement des mathématiques à de jeunes élèves. Interactions Didactiques *1* (1982).

PERRET-CLERMONT, A.N., BRUN, J., SAADA, E.H., SCHUBAUER-LEONI, M.L. - Learning: a social actualization and reconstruction of knowledge. *In*: H. TAJFEL (ed): *The social dimension*, Cambridge University Press, London (à paraître).

PICARD, N. - Réflexions sur une recherche. *Etudes*, avril 1972.

SCHUBAUER-LEONI, M.L., PERRET-CLERMONT, A.N. - Interactions sociales et représentations symboliques dans le cadre de problèmes additifs, *Recherches en didactique des mathématiques, 1*, 3, 297-343, 1980.

SCHUBAUER-LEONI, M.L., PERRET-CLERMONT, A.N. - Interactions sociales dans l'apprentissage de connaissances mathématiques chez l'enfant. In MUGNY (ed): *Psychologie sociale du développement cognitif*. P. Lang, Collection Exploration, Berne, 1984.

SCHUBAUER-LEONI, M.L., GROSSEN, M. - Formulations écrites de problèmes additifs et interactions sociales. Etablissement d'une typologie d'écritures et de leur contenu. *Interactions Didactiques 5*, 1984 (à paraître).

VERGNAUD, G. - *L'enfant, la mathématique et la réalité*, Berne, P. Lang, Collection Exploration, 1980.

VERRET, M. - *Le temps des études*. Librairie Champion 1975.