ELSEVIER

Disponible en ligne sur www.sciencedirect.com

SCIENCE @ DIRECT®

Psychologie française 51 (2006) 171–187

Psychologie française

http://france.elsevier.com/direct/PSFR/

Article original

Logique interlocutoire de la résolution en dyade d'un problème d'arithmétique

Interlocutory logic in arithmetic problem solving by a dyad

A. Trognon [a,*], M. Batt [a], B. Schwarz [b], A.N. Perret-Clermont [c], P. Marro [c]

[a] *Laboratoire de Psychologie Clinique et Cognitive (LPCC EA3946), université de Nancy-II, BP 33–97, 54015 Nancy cedex, France*

[b] *Université hébraïque de Jérusalem, School of education, Mont-Scopus, 91905 Jerusalem, Israël*

[c] *Faculté des lettres et sciences humaines, espace Louis-Agassiz, 1, case postale 499, centre hospitalier 2001 Neuchâtel, Suisse*

Reçu le 6 juin 2005 ; reçu en forme révisée le 10 septembre 2005 ; accepté le 29 novembre 2005

Résumé

Des résultats expérimentaux robustes et de plus en plus nombreux ont incontestablement imposé l'idée depuis une trentaine d'années que l'interaction (sous certaines conditions d'exercice) favorise l'acquisition des compétences cognitives, phénomène qu'on ne saurait expliquer en multipliant davantage les expériences. Pour avancer, on ne peut négliger l'analyse de l'interaction *telle qu'elle affecte matériellement* les interlocuteurs. Cela impose de concevoir des outils d'investigation qui, partant « de la surface » de la dynamique interactive, élaborent *par paliers* les *niveaux* de fonctionnement de l'interaction. C'est là l'objectif assigné à la logique interlocutoire. On utilise ici l'analyse interlocutoire pour interpréter le comportement d'un interlocuteur dans une conversation au cours de laquelle des enfants résolvent un problème d'arithmétique élémentaire et pour montrer que la corésolution en dyade de pairs facilite l'acquisition de la proportionnalité. Il s'agit d'identifier les processus intersubjectifs modifiant les cognitions d'une situation à l'autre.

* Auteur correspondant.
Adresse e-mail : Alain.Trognon@univ-nancy2.fr (A. Trognon).

0033-2984/$ - see front matter © 2006 Société française de psychologie. Publié par Elsevier SAS. Tous droits réservés.
doi:10.1016/j.psfr.2005.11.003

Abstract

For about thirty years now, an increasingly large number of robust and incontestable experimental findings have been arguing for the idea that, under certain conditions, interaction promotes the acquisition of cognitive skills, a phenomenon that cannot be clarified by multiplying the number of experiments. To progress, we must have tools designed for studying interaction *as it actually affects* the interlocutors. This means starting from the "surface" level of interactive dynamics and, step-by-step, constructing the *stages* of the interaction. This is the aim of interlocutory logic. We use it here to interpret the interlocutory behavior of a child conversing with another child as they solve an arithmetic problem, and to show that the dyadic cosolving process facilitates the acquisition of proportionality. The intersubjective processes that modify cognitions across situations are identified.

Mots clés : Acquisition de connaissances ; Dialogue ; Interaction ; Logique interlocutoire ; Pragmatique ; Résolution de problèmes

Keywords: Knowledge acquisition; Dialog; Interaction; Interlocutory logic; Pragmatics; Problem solving

1. Introduction et problématique

Parler de la logique interlocutoire, c'est dire que, en tant qu'objet, l'interlocution présente des propriétés logiques : en ce sens, on parlera alors de logique interlocutoire comme on parle de la logique de la conversation. Aussi, de ce point de vue, la logique interlocutoire serait-elle une sorte de Naturelle de l'interaction conversationnelle ou de logique naturelle du « parler en interaction » (Schegloff, 1991 ; Trognon et Batt 2005a, 2005b, (sous presse), une notion que nous étayons plus sur les travaux de Hintikka (Hintikka et Saarinen, 1979) que sur les travaux de Grize (1997). En même temps et plus techniquement, « logique interlocutoire » désignera un système formel conçu (ou l'ensemble des systèmes formels conçus) pour exprimer les propriétés logiques de l'interlocution, et plus exactement *psychosociocognitives* de l'interlocution (Trognon et Kostulski, 1999 ; Trognon, 1999,2003), la conversation constituant en ce sens une interprétation de la logique interlocutoire.

Pour nous en tenir à ses éléments les plus importants ici, la logique interlocutoire prend pour alphabet les actes de langage directs ou dérivés (Trognon, 1999,2003 ; Trognon et Batt, 2003, 2006 ; Trognon et Coulon, 2001) accomplis par les interlocuteurs ainsi que les marqueurs qui les relient dans une conversation et elle organise les occurrences de ces éléments à l'aide de méthodes logiques qui réfléchissent logiquement les propriétés empiriques de la conversation (Trognon, 1999). Parmi celles-ci, la ***séquentialité*** des illocutions est la première des propriétés précédentes qui a suscité énormément d'intérêt dans l'analyse des conversations (Trognon, 1995,2002,2003 ; Trognon et Batt 2005a (sous presse). Au cœur de nombreux phénomènes conversationnels, elle est restituée en logique interlocutoire en recourant à la méthode de la déduction naturelle plutôt qu'à d'autres méthodes qui, telle la méthode axiomatique[1], lui sont logiquement équivalentes mais empiriquement moins motivées. Une seconde propriété empirique tout à fait essentielle dans une conversation est la ***distribution*** des illocutions qui impose, elle, de les présenter séquentiellement mais surtout dans des *mondes* (concrètement

[1] Pour une présentation didactique de ces méthodes, on peut se référer à Lepage (1991) ou Leroux (1998).

des colonnes) séparé(e)s. Ainsi, une séquence appartenant au discours de deux locuteurs L_1 et L_2 accomplissant respectivement deux illocutions $F_1(p_1)$ et $F_2(p_2)$; F symbolise la force et *p* le contenu propositionnel des actes de langage accomplis, elle sera représentée comme cela (plus exactement comme des communications de ces objets [Trognon et Batt, 2005b ; Trognon et al. 2005 (sous presse) mais cette complication est présentement inutile) (Tableau 1).

Sans qu'il soit nécessaire d'entrer dans de plus amples explications, on voit ainsi d'emblée que des méthodes (logiques) dialogiques sont couplées en logique interlocutoire avec la déduction naturelle. On voit également que le langage de la logique interlocutoire est le langage de la sémantique générale (Searle et Vanderveken, 1985 ; Vanderveken, 1990) dans lequel est inclus le langage de la « logique naturelle », lui-même conçu à la manière de Hintikka comme « la logique tacite du discours ordinaire » (Hintikka et Saarinen, 1979).

Nous voudrions montrer dans le présent travail comment le système mis au point en logique interlocutoire permet d'examiner le profit « cognitif » qu'un interlocuteur peut retirer de la conversation (conçue comme « machinerie » *psychosociocognitive*) à laquelle il participe. Cet objectif impose quelques contraintes. Comme nous le disions ci-dessus, notre examen doit a priori débuter à partir de la matière discursive reçue par les modules *périphériques* de l'auditeur. Cela exclut en principe, sauf justification particulière, un traitement préalable du genre « analyse du contenu ». Évidemment, la psycholinguistique, et notre propre expérience quotidienne, nous ont appris que nous procédons toujours à une catégorisation des messages. Cependant, comme nous voudrions saisir les événements de l'interaction *au moment où ils se forment*, c'est-à-dire, à la limite, *en tant que stimuli*, nous ne devons pas catégoriser trop tôt les événements. Naturellement aussi, un stimulus discursif *pur* qui serait en dehors du couplage relationnel du sujet avec le monde (Varela, 1989) n'existe pas. Mais ce n'est pas une raison pour en rajouter dans l'interprétation. Une seconde contrainte invite à recourir le moins possible à un langage *ad hoc* et à utiliser a priori des langages attestés. En effet, d'une part, ces langages ont plus de chances d'exprimer des *propriétés générales et objectives de la communication*, qui appartiennent donc à la *nature des stimuli*, que les codages parfois utilisés ; d'autre part, du fait de leur emploi, on soumet de bonne grâce ses analyses à la discussion. Enfin, troisième contrainte : vu la complexité du domaine d'interprétation de la logique interlocutoire, plusieurs langages définis comme ci-dessus sont nécessaires. Par exemple, dans la séquence que nous allons examiner, nous avons utilisé le langage de la logique des prédicats du premier ordre, le langage de la sémantique générale, le langage de l'arithmétique (et donc certains de ses théorèmes), etc. Il faut également prendre soin autant que possible de bien distinguer les langages auxquels appartiennent les formules qui seront utilisées. L'enjeu est important : il s'agit de ne pas mélanger les différents types de connaissances (logiques, arithmétiques, physiques, « culturelles ») qui sont exploitées par les interlocuteurs au cours de la conversation et également de localiser les moments du processus cognitif où ils sont nécessaires à sa progression.

Tableau 1

	L_1	L_2
$1L_1$	$F_1(p_1)$	
$2L_2$		$F_2(p_2)$

2. Le contexte de l'étude

L'explicitation de la logique interlocutoire de la séquence ci-après n'est pas une fin en soi. Elle constitue un moment important d'une recherche expérimentale sur l'apprentissage dans l'interaction. Cette recherche comporte deux études articulées.

La première étude, a été conduite selon un paradigme expérimental classique [Prétest–Interaction–Post-test]. Elle a porté sur une population de 60 enfants scolarisés en fin d'école primaire. Elle a consisté à mettre en évidence les effets de l'interaction dyadique sur le raisonnement proportionnel. Les résultats montreront que le gain est manifeste pour les sujets appartenant au groupe expérimental : à la fois en termes de performance globale et en termes de niveaux (d'élaboration) des stratégies mises en œuvre.

La seconde étude Schwarz, et al. (2005) [sous presse] qui porte, elle, sur deux enfants, Itay et Shay[2], est destinée à clarifier les résultats de la première. Son objectif est d'accompagner les processus cognitifs mis en œuvre tout au long des trois phases de l'expérimentation. De plus, sa conception — un problème supplémentaire, que les enfants ne peuvent résoudre qu'en utilisant la stratégie la plus élaborée, a été ajouté — offre l'opportunité d'observer le type de procédure que les enfants transfèrent de la situation initiale à la situation nouvelle, et comment ils les « transfèrent » dans cette situation nouvelle.

Voici la tâche qui est proposée aux enfants. Quatre blocs composés de « briques » sont posés devant les enfants. Sachant que le bloc B est plus lourd que le bloc A, les enfants doivent s'accorder pour dire quelle est la relation du bloc C au bloc D Fig. 1.

La transcription de l'enregistrement ci-après restitue la première partie de la discussion que Shay et Itay consacrent au problème (Exp est l'expérimentateur) :

1 Itay (1I) : Vous avez dit que B pesait plus que A ?
2 Exp 1 (2E1) : Oui
2 Exp 2 (2E2) : B pèse plus que A
2 Exp3 (2E3) : A est plus léger
3 Itay1 (3I1) : Il est plus lourd (*montre B*)
3 Itay2 (3I2) : Ouais !
3 Itay3 (3I3) : Ici c'est le même
4 Shay1 (4S1) : Ouais !
4 Shay2 (4S2) : C'est le même
4 Shay3a (4S3a) : Parce qu'ici c'est égal
4 Shay3b (4S3b) : Il manque quelque chose là (*désigne le bloc D)*
4 Shay3c (4S3c) : B pèse plus que A
5 Itay1 (5I1) : Mais qui t'a dit que c'est d'une boîte ?

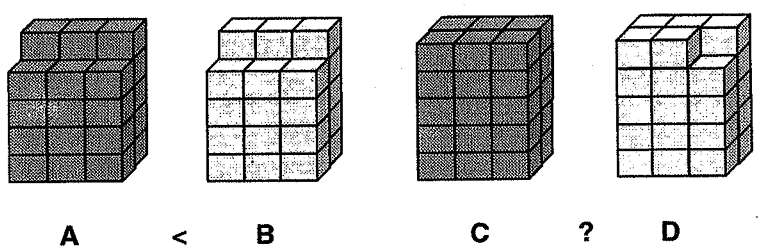

Fig. 1. A : bloc A ; B : bloc B ; C : bloc C ; D : bloc D ; A < B : le bloc A est plus léger que le bloc B ; C ? D : quel est le rapport entre le bloc C et le bloc D ?

5 Itay2 (5I2) : Qui t'a dit que son poids diffère d'exactement une boîte ?

5 Itay3 (5I3) : Son poids peut différer de beaucoup plus

5 Itay4 (5I4) : Il est impossible de savoir

Cette séquence restituée dans un tableau d'analyse interlocutoire (Trognon, 1999) donne le Tableau 2, avec : P(A) est le poids du bloc A, P(B) le poids du bloc B, P(C) le poids du bloc C et P(D) le poids du bloc D ; Pa est le poids d'une brique a de A, et ainsi de suite ; n_a est le

Tableau 2
Tableau de Logique interlocutoire de la séquence

Seq	F	Contenu propositionnel			Occurences
		Itay	Expérimentateur	Shay	
1I1	D(Q)	[Dire ∨ ¬Dire (Exp. PB>PA)] [P(B) > P(A)]			
2E1	E (Ac)		Dire (Exp. PB>PA)		Confirmation de l'illocution
2E2	A		P(B) > P(A)		Confirmation du contenu propositionnel
2E3	A		P(A) < P(B) *[P(B) > P(A)] ⊃ [P(A) < P(B)]*		Reconfirmation (par déduction analytique)
3I1	A	P(B) > P(A)			Accusé de réception
3I2	E (Ac)				
3I3	A	Interpretat. 1 : P(C) = P(D)			
		Interpretat. 2 : P(D) > P(C)			
		Interpretat. 3 : (a = c) ∧ (b = d)			
4S1	E (Ac)				Ratification de l'énonciation 3I
4S2	A			Interpretat. 1 : P(C) = P(D)	Réitération de 3I3 Ratification de I Conclusion
				Interpretat. 2 : P(D) > P(C)	
				Interpretat. 3 : (a = c) ∧ (b = d)	
4S3a	A			$n_a = n_b$	Explication (1° prémisse)
4S3b	A			$n_d = n_c - 1$	Explication (2° prémisse)
4S3c	A			P(B) > P(A)	(3° prémisse) Réitération de 2E2 Réitération de 3I1
5I1	D(Q)	$[(n_c Pc - n_c Pd) = Pd] \vee \neg[(n_c Pc - n_c Pd) = Pd]$			Mise en doute (objection) d'une assomption +/- exprimée en 4S3b
5I2	D(Q)	$[(n_c Pc - n_c Pd) = Pd] \vee \neg[(n_c Pc - n_c Pd) = Pd]$			Complémentation de l'objection avec (« exactement »)
5I3	A	$\Diamond[(n_c Pc - n_c Pd) < Pd]$			Argumentation de ¬4S3b Réfutation
5I4	A	Engagement de Itay : [P(C) = P(D)] ∨ [P(C) ≠ P(D)] (x = 1) ∨ (x > 1)			Conclusion. Réponse au problème

Dans la première colonne, les tours de parole pris successivement par les interlocuteurs ; dans la deuxième colonne, les forces des actes de langage accomplis par les interlocuteurs ; de la troisième à la cinquième colonne, les contenus propositionnels des actes de discours correspondants ; dans la dernière colonne, les fonctions conversationnelles des actes de discours.

nombre de briques de A, et ainsi de suite ; A représente un assertif, E un expressif, D un directif, Q une question, ac un accord (la taxinomie utilisée est celle de Searle et Vanderveken, 1990) ; dans $(a = c \wedge b = d)$ les signes = et $\wedge$ symbolisent respectivement l'identité et la conjonction.

3. Procédures de résolution mises en œuvre par Itay pour résoudre le problème 7 au cours de la phase d'interaction

3.1. Considérations préliminaires

Nous allons maintenant tenter de mettre à jour les raisonnements qui se déploient dans l'interlocution. Mais avant d'entrer dans ce travail, trois remarques préalables s'imposent :

- la première remarque circonscrit le niveau de l'interlocution sur lequel va porter l'analyse que nous entreprenons. Ce niveau est le niveau opératoire de la conversation. Concrètement, nous nous préoccuperons uniquement des contenus propositionnels des illocutions successivement produites par les interlocuteurs. Cela constitue évidemment une simplification, et même une double simplification. D'une part, en effet, on négligera les forces des actes de discours. Par exemple, dans la réalité de l'interlocution, en 1I, Itay ne demande pas littéralement une confirmation de la différence des poids de A et de B, mais une confirmation de *l'assertion* de cette différence de poids par l'expérimentateur : Question [Dire $\vee$ $\neg$Dire (Exp, $P(B) > P(A)$)]. C'est indirectement seulement qu'il demande une confirmation du contenu propositionnel du dire. Le comportement de l'expérimentateur confirme d'ailleurs cette analyse, qui dédouble (2Exp1-2,3) son mouvement réactif, d'abord en répondant globalement, puis en choisissant une alternative du contenu propositionnel ; tout comme le comportement ultérieur (3I1) de Itay, qui clôt cet échange complet (Roulet et al., 1985) au cours duquel la proposition selon laquelle le poids de B est plus élevé que le poids de A peut être inscrite dans les environnements cognitifs des deux interlocuteurs. De même, 5I1 et 5I2, qui sont des déductions à partir de la proposition avancée par Shay, sont énoncés comme des questions et sont particulièrement complexes à analyser. D'autre part, on simplifiera également les contenus propositionnels dans la mesure où on ignorera les expressions modales que contiennent éventuellement leurs énoncés. Ainsi, de 5I4 nous ne retiendrons que $(x = 1) \vee (x > 1)$alors que cette formule est en réalité sous la portée d'un opérateur modal complexe, $\neg \Diamond S [(x = 1) \vee (x > 1)]$, c'est-à-dire « il est impossible de savoir dans quelque monde que ce soit si la différence de poids entre le bloc C et le bloc D est égale ou bien est supérieure au poids d'une petite brique d ». En somme, en ignorant dans les calculs les forces des actes illocutoires et les opérateurs modaux des contenus propositionnels, on ne prend pas une décision anodine. On choisit de situer l'analyse formelle de l'interlocution, non dans le monde réel (w_o) de l'interlocution, mais dans un monde possible, cependant accessible à partir de la conversation. Mais les conversations peuvent se ramifier à l'infini et ici la matière du discours énoncé pourrait parfaitement rendre « naturelle » une bifurcation de la conversation vers le relationnel au détriment de l'opératoire, la discussion perdant par-là sa vertu formative, comme cela arrive parfois dans des dyades expérimentales. C'est donc parce que les enfants sont centrés sur la tâche

[2] Ces deux enfants sont représentatifs du groupe de la première étude mais ne sont pas extraits de cet échantillon.

et qu'à ce niveau « tout se passe bien » que nous pouvons nous permettre ces simplifications ;

- seconde remarque : parmi les propositions avancées par un interlocuteur, certaines sont démontrables et d'autres sont plus ou moins arbitraires. Les secondes ne sont pas irrationnelles pour autant. Seulement, *nous* ne savons pas les démontrer, fût-ce par le détour d'un enthymème. Nous suggérons de porter simplement ces propositions dans la colonne (d'un tableau d'analyse interlocutoire) du locuteur qui les a avancées au moment où il les a avancées car il a dans ce cas, de toute façon, modifié son environnement cognitif ainsi que celui de son partenaire. Quant aux propositions démontrables d'un locuteur, elles peuvent appartenir soit (Trognon et Batt, 2003) à l'ensemble E_0 des propositions qu'il a précédemment avancées (y compris les prémisses qu'il accepte), à l'ensemble E_1 constitué de E_0 et des hypothèses qu'il est conduit à poser, ou encore à l'ensemble E_2 formé de E_1 et des propositions avancées par son partenaire. E_2 est évidemment crucial dans notre analyse ;
- troisième remarque : comme l'élaboration de la forme logique de la séquence fait appel à des connaissances arithmétiques, deux questions se posent : celle de la légitimité de « travailler » des connaissances arithmétiques avec une méthode logique ; celle du statut des connaissances arithmétiques ainsi utilisées (Trognon, 2005 sous presse). Dans le même ordre d'idées, peut-on démontrer des théorèmes arithmétiques au moyen d'une déduction naturelle ? Au moins pour la déduction naturelle (dans l'acceptation classique du terme), il semble possible d'affirmer que oui : Gochet et Gribomont (1990) démontrent en effet ainsi le théorème d'unicité du symétrique pour la multiplication. Du reste, dans leur travail, les connaissances arithmétiques utilisées sont « extérieures » à l'appareil logique. On le voit bien à deux observations. Tout d'abord, ces connaissances sont proposées au départ sous forme d'axiomes [de trois axiomes de la théorie des groupes (Gochet et Gribomont, 1990, p. 380)]. Ensuite dans la dérivation, ces connaissances n'interviennent jamais en tant qu'instrument logique (même si ce sont des connaissances arithmétiques « procédurales », comme substituer un terme à un autre). De ce fait, en manipulant une connaissance arithmétique grâce à une méthode (la déduction naturelle), ces auteurs produisent une nouvelle connaissance arithmétique.

3.2. Comment un interlocuteur intègre-t-il des cognitions provenant de son partenaire d'interaction dans ses propres cognitions ?

Cette question est centrale dans l'étude des retombées psychologiques de l'interaction (Trognon et Batt, 2003, 2005a, 2005b sous presse) et évidemment de ses bénéfices cognitifs. Aussi avons-nous cherché à savoir si, dans les méthodes logiques (cf. les contraintes ci-dessus) que nous articulons en Logique interlocutoire, il n'y avait pas (ou si on ne pouvait pas construire) quelque formule qui pourrait formaliser ce passage de l'intersubjectif à l'intrasubjectif qui occupe tant les psychologues de la tradition Vygostkienne. Intuitivement, on peut considérer qu'une personne apprend quelque chose d'une autre personne dans une interaction quand elle intègre une proposition r de son interlocuteur dans son propre ensemble de propositions en constituant cette supposition r comme une hypothèse dans un sous-raisonnement.

Par conséquent, il est légitime d'affirmer que la décharge d'une hypothèse dans une déduction naturelle pourrait constituer un *format* d'apprentissage dans l'interaction (Trognon, 2003 ; Trognon et Batt, 2003,2004, 2005b, 2005d sous presse). Décharger une hypothèse dans une déduction naturelle, c'est « remplacer une forme propositionnelle p qui était affirmée à titre

Tableau 3
Formalisation de l'apprentissage dans l'interaction

Rang des propositions	L1	L2
(…)		
Ri+k+1	$p \supset q$	
Ri+k+1+1		r
Ri+k+1+2	r hypothèse	
Ri+k+1+3	$p \supset q$ réitération	
Ri+k+1+4	$r \supset (p \supset q)$ décharge	

Avec « $p \supset q$ » qui se lit « p implique q » ou encore « q découle de p »

de supposition, par une forme propositionnelle de *forme* conditionnelle mais *affirmée* inconditionnellement » (Gochet et Gribomont, 1990, p. 136) (Tableau 3).

Commentaire : L1 et L2 sont les deux interlocuteurs du dialogue (il y a autant de colonnes que d'interlocuteurs). *r*, de même que $p \supset q$, $r \supset (p \supset q)$ sont des contenus propositionnels d'illocutions distribués selon les locuteurs auxquels ils appartiennent. On voit que parmi ces contenus propositionnels, il en est [comme $r \supset (p \supset q)$] qui proviennent de raisonnements composant des propositions propres à un locuteur avec des propositions provenant d'un autre interlocuteur. Ainsi, l'apprentissage est défini, dans ce tableau, comme l'enrichissement du discours d'un locuteur produit selon un processus par lequel il intègre dans l'ensemble de ses propositions « $p \supset q$ » une inférence qu'il a construite en utilisant une « thèse » (*r*, affirmée par L2) de son interlocuteur à titre d'hypothèse. Cette opération d'intégration « de l'intersubjectif dans l'intrasubjectif » est ici théorisée comme une décharge d'hypothèse dans une déduction naturelle (Gochet et Gribomont, 1990 ; Lepage, 1991 ; Leroux, 1998). La déduction naturelle suivante illustre un tel processus :

Rang	Raisonnement principal	Raisonnement auxiliaire	Règles de dérivation
1	r		Prémisse
2	p		Prémisse
3		q	Hypothèse
4		r	Assomption
5	$q \supset r$		Décharge

Nous imposons pour le moment, à titre de conjecture à éprouver empiriquement, que :

- premièrement, ces propositions qu'un interlocuteur « emprunte » à son partenaire sont récupérées de manière opportuniste (le locuteur prend chez l'autre ce dont il pense avoir besoin) ;
- deuxièmement, que ces propositions sont travaillées une à une.

Cette figure formelle, dont nous ne prétendons évidemment pas que toutes les situations d'acquisition dans l'interaction l'interprètent (Schwartz et al., soumis), nous a néanmoins permis de décrire d'une façon relativement satisfaisante quelques séquences dans lesquelles un participant à une conversation apprend quelque chose de son partenaire (Trognon, 2005 sous presse ; Trognon et Batt, 2003 sous presse ; Trognon et al. (2005) sous presse ; Trognon et al. (2005) à paraître). Nous allons en faire usage dans notre étude du raisonnement de Itay. Mais soulignons encore une fois ses caractéristiques :

- ce n'est pas une formule de notre invention : elle est bien connue, puisque c'est tout simplement la règle d'introduction de l'implication dans la déduction naturelle, laquelle est présentée dans à peu près tous les ouvrages introduisant à la logique standard ;
- c'est en revanche son *interprétation* qui est originale et qui n'appartient pas à la logique mais à la psychologie ;
- une telle interprétation a beaucoup d'avantages : on peut l'appliquer à des *corpora*, évaluer (et contester) sa généralité, l'utiliser comme variable dépendante, et, finalement, étudier les phénomènes qu'elle est supposée « capter » sans recourir à un langage original, c'est-à-dire en satisfaisant la seconde contrainte imposée ci-dessus.

3.3. Le raisonnement de Itay

La contribution de Itay à la conversation s'effectue en deux temps : de (1I à 3I3) et de (5I1 à 5I4). Entre les deux, s'intercale une contribution de Shay (4S1, 4S3c). 3I3 est particulière car c'est une expression ambiguë qui suscite trois interprétations puisqu'on peut l'entendre de trois manières différentes :

- « le poids de C est le même que le poids de D soit $P(C) = P(D)$ » ;
- « c'est le même » au sens de « le rapport entre le poids de D, soit P(D), et le poids de C, soit P(C), est le même que le rapport entre le poids de B, P(B), et le poids de A, P(A) », soit $P(D) > P(C)$;
- « c'est la même composition » c'est-à-dire « les petites briques qui composent A sont les mêmes petites briques que celles qui composent C et les petites briques qui composent B sont les mêmes que celles qui composent D », soit $(a = c) \wedge (b = d)$. 4S2, qui reprend 3I3, possède donc également trois interprétations. L'ensemble des interprétations comporte donc 3^3 interprétations. Nous ne retiendrons que deux interprétations de 3I3, ($P(C) = P(D)$ et $P(C) < P(D)$), et une interprétation de 4S2 ($P(C) = P(D)$). Les deux interprétations de 3I3 seront d'abord traitées séparément (première et seconde démonstration) puis conjointement (troisième démonstration) afin d'expliciter le fait que ces deux interprétations se condensent en une expression ambiguë.

Supposons donc que Itay et Shay ont « en tête » les données du problème ; dans cette hypothèse, ils partagent les huit prémisses présentes dans le (Tableau 4).

Tableau 4

1	$P(A) = n_a\ Pa$	$P(A) = 24\ Pa$	Prémisse consigne
2	$P(B) = n_b\ Pb$	$P(B) = 24Pb$	Prémisse consigne
3	$P(C) = n_c\ Pc$	$P(C) = 30Pc$	Prémisse consigne.
4	$P(D) = n_d\ Pd$	$P(D) = 29Pd$	Prémisse consigne
5	$(a = c) \wedge (b = d)$		Prémisse consigne
6	$n_a = n_b = n$		Prémisse énoncée
7	$n_d = n_c - 1$		Prémisse énoncée
8	$P(B) > P(A)$		Prémisse énoncée

Tableau 5

	3I3	
Première démonstration	Deuxième démonstration	Troisième démonstration
P(D) = P(C)	P(D) > P(C)	P(D) = P(C) puis P(D) > P(C)
	5I1	
	$n_cPc - n_cPd = Pd$	
	$n_c(Pc - Pd) = Pd$	

Entrons maintenant dans le détail du raisonnement qui est conduit par Itay au cours de la conversation. Il s'agit pour nous, en partant de ce qu'énoncent Itay et Shay à un certain moment, de trouver une « démonstration » aboutissant à ce que Itay énonce ultérieurement. Par exemple, en partant de 3I, on cherche une démonstration aboutissant à $5I_1$ *modulo*, par exemple, $4S_2$. De même, étant donné $5I_1$, on cherche une démonstration qui parviendrait à $5I_3$, puis de $5I_3$ une démonstration qui parviendrait à $5I_4$ (Tableau 5).

Comme notre travail porte sur la première moitié de la séquence, une fois parvenu à $5I_4$, on se demandera s'il n'est pas possible de déterminer des thèses auxquelles le discours de Itay l'engage et qu'il pourrait exprimer si l'occasion lui en était donnée (ce qui revient à faire des hypothèses sur la suite de la conversation). Pour commencer, nous allons tenter de comprendre par quel processus Itay est conduit à dire 5I1 « *Mais qui t'a dit que c'est d'une boîte ?* » alors que cela n'a encore jamais été dit depuis le début de la conversation. Le contexte « proximal » dans lequel Itay énonce 5I1-2 comprend :

- ce que Itay a lui-même dit en 1I, 3I ;
- ce que dit Shay en 4S ;
- les données du problème. Le contexte enrichi comporte des déductions, des pensées et des implicatures.

3.3.1. Les objections de Itay ($4S_2$, 5I)

Il est clair que 5I constitue une objection. Trois processus cognitifs peuvent conduire à l'énoncer.

3.3.1.1. Première démonstration. Selon la première démonstration Itay partage P(D) = P(C) avec Shay. Cela se traduit dans la déduction naturelle ci-dessous par le fait que la ligne 11 représente une hypothèse qui est *à la fois* une « idée » de Itay et une « idée » de Shay reprise par Itay. C'est du reste ce partage de la proposition que P(D) = P(C) qui autorise Itay à déduire le contenu propositionnel de la question qu'il pose à Shay (aussi bien qu'à lui-même). Le premier processus inférentiel de Itay n'a besoin pour s'accomplir que d'un environnement cognitif minimal qui comporte : 3I3, qui vient tout juste d'être dit et qui est interprété comme P(C) = P (D) ; 4S2 interprété lui aussi comme P(C) = P(D) ; les données du problème. Formalisé en déduction naturelle, cela donne le Tableau 6.

On a ainsi démontré que la formule F « $(n_cPc - n_cPd) = Pd$ » émerge de la conversation, et qu'elle est donc une nouvelle connaissance accessible à Itay et à Shay. Pour la conclusion F, on a utilisé un ensemble E_1 fini de formules qui représente le contexte, où :

- $E_1 = \{E_0\} \cup$ {l'énoncé 4S2 pris comme hypothèse par Itay }
- $E_0 =$ {les 8 prémisses (ensemble des données du problème) } $\cup$ {les énoncés 1I, 3I }

Tableau 6

	(1…8)			*Cf.* Prémisses énoncées
[311]	9	P(B) > P(A)		R-8
[313]	10	P(C) = P(D)		R-5. Interprétation n°1 de 313
	11		P(C) = P(D)	Assomption de S (4S2) prise comme hypothèse par I
	12		P(C) = P(D)	R-11
	13		$n_d = n_c - 1$	R-7
	14		$P(D) = n_d Pd$	R-4
	15		$P(D) = n_d Pd = n_c - 1\ Pd$	=I-13, 14
	16		$P(C) = n_c Pc$	R-3
	17		$P(D) = P(C) = n_c Pc$	=I-12, 16
	18		$(n_c - 1\ Pd) = (n_c Pd - Pd)$	=I-Distributivité de la multiplication
	19		$(n_c Pd - Pd) = P(D) = P(C) = (n_c Pc)$	=I-17, 18
	20		$(n_c Pd - Pd) = (n_c Pc)$	=E, 19
	21		$n_c Pd - n_c Pc = Pd$	=I-20 Commutativité
	22		$Pd = (n_c Pc - n_c Pd))$	=I-21 Commutativité
	23	$[P(C) = P(D)] \supset [n_c Pc - n_c Pd) = Pd]$		⊃I-11, 23 [correspond à 511]
	24	$[P(C) = P(D)]$		R-10 [313]
	25	$\mathbf{(n_c Pc - n_c Pd) = Pd}$		⊃E-23, 24

En établissant une relation entre E_1 et F, on a construit un couple qui a la forme d'un *séquent*[3] que l'on note $E_1 \vdash F$. Cette dérivation a une hypothèse, P(C) = P(D), qui est d'ailleurs déjà contenue dans l'ensemble E_0, le contexte est donc $E_0 \cup \{ P(C) = P(D) \}$. Cela s'écrit :

$$E_0,\ P(C) = P(D) \vdash (n_c Pc - n_c Pd) = Pd$$

On vient d'illustrer ici qu'un contexte conversationnel modifie la dynamique cognitive des interactants. Dans la dérivation qui vient d'être proposée, on a formalisé un raisonnement de Itay selon lequel l'assomption de Shay serait traitée comme une hypothèse qui serait ensuite intégrée à l'ensemble des prémisses. Quand Itay prend la thèse de Shay comme hypothèse, c'est aussi sa propre thèse qu'il utilise pour prolonger un raisonnement et du même coup asseoir dans son propre discours la conclusion selon laquelle la différence entre C et D équivaut à un petit cube d. Cela est représenté dans la dérivation aux lignes 24 et 25. Ainsi, pour Itay, la conversation aura permis d'exprimer la conclusion d'un raisonnement « poussé un peu plus loin ». Le fait d'avoir parlé ensemble a augmenté l'effet cognitif de l'idée « P(C) = P (D) ». On représente ce processus à l'aide du séquent suivant :

$$\frac{E_0 \vdash [P(C) = P(D)] \supset [(n_c Pc - n_c Pd) = Pd]\ \text{ax}\quad E_0 \vdash P(C) = P(D)\ \text{ax} \supset E}{E_0 \vdash (n_c Pc - n_c Pd) = Pd}$$

3.3.1.2. Seconde démonstration. Selon la seconde démonstration, Itay accepte à titre d'hypothèse une idée qu'il attribue à Shay mais qu'il ne partage pas. Le raisonnement de Itay, qui enchaîne sur 4S2, se formalise alors selon la déduction naturelle (Tableau 7).

La ligne 28 s'explique à partir de la ligne 27 par la loi logique $((p \supset q) \wedge \neg p) \supset (q \vee \neg q))$, $P(C) = P(D)$ jouant le rôle de p. La ligne 29 pose une équi-

[3] Pour une présentation particulièrement didactique des séquents, se reporter à David, et al., 2001.

valence entre la négation du disjoint de droite de la ligne 28 et l'interprétation de cette négation comme la disjonction de deux inégalités qu'elle ouvre (> ou <). Alors qu'Itay aurait pu être conduit à rejeter l'hypothèse de Shay, $P(C) = P(D)$, ce n'est pas cette voie conflictuelle qu'il choisit : il opte pour une pensée « intégrative » qui le conduit à conclure que ce n'est pas possible de savoir si la différence de poids entre un ensemble construit de n_c petites briques c et n_C petites briques d correspond premièrement, exactement à une seule petite brique d, ou deuxièmement, à plus d'une petite brique d, ou encore troisièmement, à moins d'une petite brique d. C'est ce qui se déduit à la ligne 31 qui, comme la dérivation précédente, aboutit au reproche fait à Shay, donc à 5I.

On fait la synthèse à l'aide du séquent suivant, que l'on lit de haut en bas et où sont placées au-dessus des barres de dérivation les prémisses, et en dessous les conclusions accessibles. E_0 contient cette fois dans son ensemble de prémisses la formule qui correspond à la seconde interprétation de 3I3 soit $P(D) > P(C)$: .

$$\frac{E_0,\ P(C) = P(D) \vdash [(n_cPc - n_cPd) = Pd] \quad E_0,\ P(C) = P(D) \vdash \neg[(n_cPc - n_cPd) = Pd]}{E_0,\ P(C) = P(D) \vdash \bot}$$

Cette dérivation fait intervenir la règle « *ex contradictone Sequitur Quolibet* » soit « du faux, on peut déduire n'importe quoi ». Ainsi, on ne peut pas prouver l'élimination d'aucune des trois conclusions possibles :

$$\{[n_cPc - n_cPd) = Pd] \vee \{[n_cP_c - n_cPd) > Pd] \vee [n_cP_c - n_cPd) < Pd]\}\}$$

Tableau 7

	(1…8)			*Cf.* Prémisses énoncées
[3I1]	9	$P(B) > P(A)$		R-8
[3I3]	10	$P(D) > P(C)$		Interprétation n°2 de 3I3
	11		$P(C) = P(D))$	Assomption de S (4S2) prise comme hypothèse par I
	12		$P(C) = P(D)$	R-11
	13		$n_d = n_c - 1$	R-7
	14		$P(D) = n\ Pd$	R-4
	15		$P(D) = n_dPd = n_c - 1\ Pd$	=I-13, 14
	16		$P(C) = n_cPc$	R-3
	17		$P(D) = P(C) = n_cPc$	=I-12, 16
	18		$(n_c - 1\ Pd) = (n_cPd - Pd$	=I-Distributivité de la multiplication
	19		$(n_cPd - Pd) = P(D) = P(C) = (n_cPc)$	=I-17, 18
	20		$(n_c Pd - Pd) = (n_c Pc)$	=E, 19
	21		$n_cPd - n_cPc = Pd$	=I-20 Commutativité
	22		$Pd = (n_cPc - n_cPd))$	=I-21 Commutativité
	23	$[P(C) = P(D)] \supset [n_cPc - n_cPd) = Pd]$		⊃I-11, 23 ; [5I1]
	24	$P(D) > P(C)$		R-10
	25	$[P(D) > P(C)] \equiv \neg [P(C) = P(D)]$		≡I-24
	26	$\neg [P(C) = P(D)]$		≡E-24, 25
	27	$\{[P(C) = P(D)] \supset [n_cPc - n_cPd) = Pd]\} \wedge \{\neg [P(C) = P(D)]\}$		∧I-23, 26
	28	$[n_cPc - n_cPd) = Pd] \vee \neg[n_cPc - n_cPd) = Pd]$		∨I-27
	29	$\{\neg[n_cPc - n_cPd) = Pd]\} \equiv \{[n_cPc - n_cPd) > Pd] \vee [n_cPc - n_cPd) < Pd]$		≡I-28droit
	30	$\{[n_cPc - n_cPd) = Pd] \vee \neg[n_cPc - n_cPd) = Pd]\} \equiv \{[n_cPc - n_cPd) = Pd] \vee \{[n_cPc - n_cPd) > Pd] \vee [n_cPc - n_cPd) < Pd]\}\}$		≡I-28, 29
5I4	31	$\boldsymbol{\{[n_cPc - n_cPd) = Pd] \vee \{[n_cPc - n_cPd) > Pd] \vee [n_cPc - n_cPd) < Pd]\}\}}$		≡I-29, 30 (impossible de savoir)

3.3.1.3. Troisième démonstration. La troisième démonstration intègre les deux précédentes. On y retrouve les huit mêmes prémisses communes à tous, à la ligne 9, on porte la formalisation de 3I1, et sur la ligne 10 on porte les trois interprétations possibles de 3I3 ; des lignes 11 à 13, on porte le discours de Shay énoncé en 4S3 qui est la réitération de certaines prémisses communes. Le raisonnement qui suit prend pour hypothèse une partie du discours de Shay (4S3a) et « travaille » avec le discours de Shay et certaines prémisses.

Avec : I - RA = Introduction d'une règle arithmétique (Tableau 8).

Par conséquent, le poids qu'il faut enlever à un bloc de n_cPd pour égaliser avec celui de n_cPc correspond à : $xPd = n_c(1 - (Pc/Pd)Pd)$. On constate que le nombre de briques de Pd qu'il faut enlever à n_cPd varie selon Pc/Pd, avec $0 < Pc/Pd < 1$. Si Pc/Pd tend vers 1, alors x tend vers 0 et si Pc/Pd tend vers 0, alors x tend vers n_c. Ainsi pour (Pc/Pd) = 0,966, x sera égal à $30\,(1 - 0,966) \cong 1,02$, soit un peu plus d'une brique d. Pour $(Pc/Pd) = 0,99999$, $X = 0,000001$. Enfin pour $(Pc/Pd) = 0,9$ le nombre de briques qu'il faut enlever est de 30(0,1) = 3. Plus généralement, plus la différence entre Pd et Pc est grande et plus il faut enlever de briques d pour équilibrer les poids des blocs. Comme on ne connaît pas le poids unitaire d'au moins une brique, « il n'est pas possible de savoir ». Notez l'importance de la ligne 35 dans la dérivation. Elle repose sur l'idée que si $X > Y$ alors $(X-\Delta) = Y$. C'est parce que cette proposition est arithmétiquement démontrable qu'elle figure dans le raisonnement principal.

On poursuit un raisonnement possible d'Itay[4]. À ce stade de développement (ligne 48), il examine la proposition de Shay puis la sienne, chacune à titre d'hypothèse (Tableau 9).

Des lignes 49 à 81 Itay analyse 4S2. De la constatation que rien ne permet d'asserter P(C) = P(D), il questionne Shay sur sa conclusion, c'est-à-dire sur le fait que la différence de poids entre C et D est exactement celle du poids d'une brique d. Il analyse ensuite sa propre hypothèse, ce qui lui permet d'affirmer 5I3 (ligne 76) et de conclure finalement 5I4 (à la ligne 78, cette déduction s'expliquant de la même manière que celle de la ligne 61). Le passage de 66 à 67 s'explique ainsi : si $X > Y$ alors $U - X < U - Y$.

Cette dernière démonstration nous paraît plus proche de notre appréhension intuitive de la séquence. En tout cas, elle restitue bien mieux que les autres les interprétations quasi littérales des énoncés de Itay, les autres dérivations ayant une signification équivalente, mais moins précise. À supposer qu'une formalisation soit d'autant meilleure qu'elle est plus proche du contenu littéral du discours, c'est la dernière déduction qui paraît la plus probable.

Un point important à retenir ici. On se souvient qu'en énonçant 4S2, Shay n'avait fait que répéter l'énoncé 3I3 émis par Itay. Ainsi, en contestant Shay, Itay met aussi en question une supposition qu'il a lui-même faite, ou du moins une supposition que l'ambiguïté de son discours permet de lui imputer. *Nonobstant*, 5I1-3 « décante » les suppositions de Itay, peut-être grâce au détour de leur répétition par autrui.

3.3.2. Les engagements propositionnels de Itay au terme de la séquence analysée (hypothèses sur le comportement conversationnel ultérieur de Itay)

La démonstration précédente conduit à une solution complète au problème si elle est poussée plus avant. Bien que cette dernière ne soit pas formulée, elle fait partie des engagements

[4] Les Tableaux 8–10 ne constituent qu'un seul tableau que nous scindons lors de l'analyse en plusieurs « sous-tableaux » pour démontrer les différents moments de l'interaction.

Tableau 8

1	$P(A) = n_a Pa$		$P(A) = 24Pa$	Prémisse consigne
2	$P(B) = n_b Pb$		$P(B) = 24Pb$	Prémisse consigne
3	$P(C) = n_c Pc$		$P(C) = 30Pc$	Prémisse consigne
4	$P(D) = n_d Pd$		$P(D) = 29Pd$	Prémisse consigne
5	$(a = c) \wedge (b = d)$			Prémisse consigne
6	$n_a = n_b = n$			Prémisse énoncée
7	$n_d = (n_c - 1)$			Prémisse énoncée
8	$P(B) > P(A)$			Prémisse énoncée
9	$P(B) > P(A)$			R-8. [3I1]
10	1^er^ cas : $P(C)=P(D)$. 2^eme^ cas : $P(D) > P(C)$. 3^eme^ cas : $(a = c) \wedge (b = d)]$			[3I3] 3 interprétations
11	$n_a = n_b = n$			R-6. [4S3a]
12	$n_d = (n_c - 1)$			R-7 [4S3b]
13	$P(B) > P(A)$			R-8 [4S3c]
14.		$n_a = n_b = n$		Hypothèse. R-11. [4S3a]
15		$P(B) > P(A)$		R-13. [4S3c]
16		$P(B) = n_b Pb$		R-2
17		$P(A) = n_a Pa$		R-1
18		$n_a Pa < n_b Pb$		<I-15, 16, 17 (I-RA)
19		$n_a = n_b = n$		R-11
20		$n/n\,Pa < Pb$		<I-18, 19 (I-RA)
21		$Pb/Pa > 1$		>I-20 (I-RA)
22		$Pb > Pa$		>I-20, 21 (I-RA)
23	$(n_a = n_b = n) \supset (Pb > Pa)$			⊃I-14, 23
24	$n_a = n_b = n$			R-6, 11
25	$Pb > Pa$			⊃E-23, 24
26		$(a=c) \wedge (b=d)$		Hypothèse. R-5.
27		$P(B) > P(A)$		R-25
28		$(a=c) \wedge (b=d)$		R-26
29		$(Pb > Pa) \equiv (Pd > Pc)$		≡I-27, 28
30		$Pd > Pc$		≡E-27, 29
31	$[(a=c) \wedge (b=d)] \supset [Pd > Pc]$			⊃I-26, 30
32	$(a=c) \wedge (b=d)$			R-5
33	$Pd > Pc$			⊃E-31, 32
34	$n_c Pd > n_c Pc$			I-33, I-RA
35	$(n_c Pd - xPd) = n_c Pc$			I-34, I-RA
36		$(n_c Pd - xPd) = n_c Pc$		Hypothèse. [4S3b]
37		$(n_c Pd - xPd) = n_c Pc$		R-36
38		$(n_c Pd - xPd = n_c Pc) \equiv (n_c Pd - n_c Pc = xPd)$		≡I-37, I-RA
39		$(n_c Pd - n_c Pc) = xPd$		≡E-38
40		$n_c Pc = n_c (Pc/Pd) Pd$		=I-39
41		$[(n_c Pd - n_c Pc) = (xPd)] \equiv \{n_c Pd - [n_c (Pc/Pd) Pd] = (xPd)\}$		≡I-39, 40
42		$n_c Pd - [n_c (Pc/Pd) Pd] = (xPd)$		≡E-40, 41
43		$\{n_c Pd - [n_c (Pc/Pd) Pd] = (xPd) \equiv \{(n_c) - [n_c (Pc/Pd)] = x\}$		≡I-42
44		$(n_c) - [n_c (Pc/Pd)] = x$		≡E-43
45		$[(n_c) - [n_c (Pc/Pd)] = x\,] \equiv [n_c (1 - Pc/Pd) = x]$		≡I-44
46		$x = n_c (1 - (Pc/Pd))$		≡E-45
47	$\{(n_c Pd - xPd) = n_c Pc\} \supset \{x = n_c [1 - (Pc/Pd)]\}$			⊃I-36, 47
48	$\mathbf{\{x = n_c [1 - (Pc/Pd)]\}}$			⊃E-35, 47

interlocutoires (et cognitifs) d'Itay, comme le montre la dérivation suivante conçue sur la double proposition selon laquelle $(x = 1) \vee (x > 1)$ et $x = n_c(1 - (Pc/Pd))$ (Tableau 10).

La ligne 111 est obtenue au moyen de la règle suivante :

$$[(p \vee \neg p) \wedge (p \supset q) \wedge (\neg p \supset \neg q)] \supset (q \vee \neg q)$$

Tableau 9

	49		$\underline{P(C) = P(D)}$		Hypothèse
	50		$P(C) = P(D)$		R-49
	51		$n_cPc = n_dPd$	$30Pc = 29Pd$	=I-3, 4. I-RA[5]
	52		$n_d/n_c = Pc/Pd$	$29/30 = Pc/Pd$	=I-51. I-RA
	53		$x = n_c(1 - (Pc/Pd))$	$x = 30(1 - (Pc/Pd))$	R-48
	54		$xPd = n_c(1 - (Pc/Pd))Pd$	$xPd = 30(1 - (Pc/Pd))Pd$	=I-53. I-RA
	55		$xPd = n_c(1 - (n_d/n_c))Pd$	$xPd = 30(1 - (29/30))Pd$	=I-52, 54. I-RA
	56		$xPd = (n_c - n_c(n_d/n_c))Pd$	$xPd = (30 - 30(29/30))Pd$	=I-55. I-RA
	57		$xPd/Pd = n_c - n_d$	$xPd/Pd = 30 - 30(29/30))$	=I-56. I-RA
	58		$x = n_c - n_d$	$x = 30 - 29 = 1$	=I-57. I-RA
	59		$n_d = n_c - 1$		R-7
5I1-2	60		$x = n_c - n_c + 1 = 1$		=I-58. I-RA
	61	$\mathbf{[P(C) = P(D)] \supset [x = 1]}$			⊃I-49, 60
	62		$\underline{P(C) < P(D}$		Hypothèse
	63		$P(C) < P(D$		R-62
	64		$n_cPc < n_dPd$	$30Pc < 29Pd$	=I-3,4. I-RA
	65		$n_d/n_c > Pc/Pd$	$29/30 > Pc/Pd$	=I-64. I-RA
	66		$n_c(n_d/n_c) > n_c(Pc/Pd)$	$30 (29/30) > 30 (Pc/Pd)$	=I-65. I-RA
	67		$n_c - n_c (n_d/n_c) < n_c - n_c(Pc/Pd)$	$30-30(29/30)<30-30(Pc/Pd)$	=I-66. I-RA
	68		$x = n_c(1 - (Pc/Pd)$	$x = 30(1 - (Pc/Pd))$	R-53
	69		$x = n_c - n_c(Pc/Pd))$	$x = 30 - 30 (Pc/Pd))$	=I-68. I-RA
	70		$x > n_c - n_c(n_d/n_c)$	$x > 30 - 30 (29/30)$	=I-67, 69. I-RA
	71		$x > n_c(1 - n_d/n_c)$	$x > 1$	=I-70. I-RA
	72		$n_d = n_c - 1$		I-RA
	73		$x > (n_c(1 - (n_c - 1)/n_c))$		=I-71, 72. I-RA
	74		$x > (n_c - n_c(n_c - 1)/n_c))$		=I-73. I-RA
	75		$x > 1$		=I-74. I-RA
5I3	76	$\mathbf{(P(C) < P(D)) \supset (x > 1)}$			⊃I-63, 75
	77	$[(P(C) = P(D)) \supset (x = 1)] \wedge [(P(C) < P(D)) \supset (x > 1)]$			∧I-61, 76
5I4	78	$[P(C) < P(D)] \equiv \neg[P(C) = P(D)]$			≡I-RA
	79	$(x = 1) \equiv \neg(x > 1)$			≡I-RA
	80	$[P(C)=P(D))\supset(x = 1)] \wedge \neg[(P(C) = P(D)) \supset \neg(x > 1)]$			≡I-77, 78, RA
	81	$\mathbf{(x = 1) \vee (x > 1)}$			

[a] À partir de cette ligne, afin d'alléger la lecture des démonstrations, nous nous sommes permis de ne pas reproduire les équivalences arithmétiques utilisées dans la démonstration, comme nous l'avons fait jusqu'à présent.

4. Conclusion

Nous venons de démontrer des connaissances portées par les énoncés de deux enfants résolvant en dyade un problème arithmétique au moyen d'une conversation. Par-là, on aura établi, une fois de plus, que l'interaction enrichit les environnements cognitifs de ceux qui y participent et donc qu'il est possible de concevoir des systèmes théoriques explicitant formellement ces processus. En produisant les déductions naturelles des propositions avancées par les interlocuteurs, nous avons explicité le raisonnement *d'un point de vue analytique*. Cette démarche est intéressante en ce qu'elle met à jour le détail des différentes opérations élémentaires qui s'agencent dans un raisonnement. Mais celui-ci a été également explicité, au moins pour les deux premières démonstrations, *d'un point de vue synthétique*, quand on l'a présenté comme un séquent. Si l'adoption du premier point de vue suscite une impression de lourdeur, au regard du second point de vue on ne peut plus guère se plaindre de la longueur des écritures. Or, la déduction naturelle et le calcul des séquents sont équivalents, ils démontrent les mêmes formules et explicitent les mêmes raisonnements.

Tableau 10

5I3	82	$P(C) < P(D) \supset x > 1$	R-76
	83	$[(P(C) = P(D)) \supset (x = 1)] \wedge [(P(C) < P(D)) \supset (x > 1)]$	R-77
5I4	84	$(x = 1) \vee (x > 1)$	R-81
	85	$x = 1$	Hypothèse
	86	$x = n_c(1 - (Pc/Pd))$.	R-68
	87	$1 = n_c(1 - (Pc/Pd))$	=I-85, 86, RA
	88	$1Pd = n_c(1 - (Pc/Pd))Pd$	=I-87, RA
	89	$1Pd = n_cPd - n_c(Pc/Pd))Pd$	=I-88, RA
	90	$n_c(Pc/Pd))Pd = n_cPc$	R-40
	91	$Pd = n_cPd - n_cPc$	=I-RA
	92	$n_cPc = n_cPd - Pd$	=I-RA
	93	$n_cPc = (n_c - 1)Pd$	=I-RA
	94	$(n_c - 1) = n_d$	R-7
	95	$n_cPc = n_dPd$	=I-93, 94, RA
	96	$P(C) = P(D)$	=I-95, 3, 4
	97	$[x = 1] \supset (P(C) = P(D)]$	⊃I-85, 97
	98	$x > 1$	Hypothèse
	99	$x = n_c(1-(Pc/Pd))$	R-68
	100	$x > 1$	R-98
	101	$n_c(1 - (Pc/Pd)) > 1$	=I-99, 100, RA
	102	$n_c(1 - (Pc/Pd))Pd > Pd$	=I-101, RA
	103	$n_cPd - n_c(Pc/Pd))Pd > Pd$	=I-102, RA
	104	$n_c(Pc/Pd))Pd = n_cPc$	R-40
	105	$n_cPd - n_cPc > Pd$	=I-104, RA
	106	$n_cPd - Pd > n_cPc$	=I-105, RA
	107	$(n_c - 1)Pd > n_cPc$	=I-106, R-7, RA
	108	$n_dPd > n_cPc$	=I- RA
	109	$P(D) > P(C)$	=I- R-3, 4, 7
	110	$[x > 1] \supset [P(D) > P(C)]$	⊃I-98, 109
	111	$[P(C) = P(D)] \vee [P(D) > P(C)]$	=I- RA

Références

David, R., Nour, K., Raffalli, C., 2001. Introduction à la logique. Dunod, Paris.

Gochet, P., Gribomont, P., 1990. Logique. Méthodes pour l'informatique fondamentale. Hermès, Paris.

Grize, J.B., 1997. Logique et langage. ORPHRYS, Paris.

Hintikka, J., Saarinen, E., 1979. Informational-seeking dialogues: Some of their logical properties. Studia Logica 4, 356–363.

Lepage, F., 1991. Éléments de logique contemporaine. Dunod, Paris.

Leroux, J., 1998. Introduction à la logique. Diderot, Paris.

Roulet, E., Auchlin, A., Moeschler, J., Rubattel, C., Scheling, M., 1985. L'articulation du discours en français contemporain. Peter Lang, Berne.

Schegloff, E.A., 1991. Conversation Analysis and Socially Shared Cognition. In: Resnick, L.B., Levine, J.M., Teasley, S.D. (Eds.), Perspectives on socially shared cognition. American Psychological Association, DC, Washington, pp. 150–170.

Schwarz, B., Perret-Clermont, A.N., Trognon, A., Marro, P., 2005. Learning process within and between successive activities in laboratory context. Cognition and Instruction.

Searle, J.R., Vanderveken, D., 1985. Foundations of illocutionary logic. Cambridge University Press, Cambridge.

Trognon, A., 1995. Structures interlocutoires. Cahiers de linguistique française 17 (2), 79–98.

Trognon, A., 1999. Éléments d'analyse interlocutoire. In: Gilly, M., Roux, J.P., Trognon, A. (Eds.), Apprendre dans l'interaction. Presses universitaires de Nancy, Nancy, Aix-en-Provence : publications de l'université de Provence, pp. 69–94.

Trognon, A., 2002. Speech Acts and the Logic of Mutual Understanding. In: Vanderveken, D., Kubo, S. (Eds.), Essays in Speech Acts Theory. John Benjamins and sons, Amsterdam, pp. 121–133.

Trognon, A., 2003. La Logique interlocutoire : Un programme pour l'étude empirique des jeux de dialogue. Questions de communication 4, 411–425.

Trognon, A., (sous presse). L'antilogicisme de Gérard Vergnaud. In : G. Vergnaud et al., Les processus de conceptualisation en débat. Toulouse : Presses Universitaires du Mirail.

Trognon, A., Batt, M., 2003. Comment représenter le passage de l'Intersubjectif à l'Intrasubjectif ? Essai de logique interlocutoire. L'Orientation scolaire et professionnelle 32 (3), 399–436.

Trognon, A., Batt, M., 2004. Logique interlocutoire des jeux de dialogue : un programme en Psychologie Sociale de l'usage du langage. In: Bromberg, M., Trognon, A. (Eds.), Psychologie sociale et communication. Dunod, Paris, pp. 135–156.

Trognon, A., Batt, M., (in press a). A unified framework for studying conversational interaction. In: P. J. Thibault C. Prevignano (Eds.), Interaction Analysis and Language: Discussing the state-of-art. John Benjamins Publishing Company.

Trognon, A., Batt, M., (in press b). Discharging assumptions: a symbolism to construe learning in interaction. In: J. Caelen, D. Vanderveken, D. Vernant (Eds.), Logic and dialogue. Dordrecht Netherlands: Kluwer.

Trognon, A., Batt, M., (in press c). Quelles méthodes logiques pour l'étude de l'interaction en psychologie ? In : C. Chabrol, I. Olry-Louis, F. Najab (Eds.), *Interactions communicatives et psychologies*. Paris : Presses de la Sorbonne Nouvelle.

Trognon, A., Batt, M., Schwarz, B., Perret-Clermont, A.N., Marro, P., 2003. L'apprentissage dans l'interaction : essai d'analyse interlocutoire. In : A. Herzig, B. Chaib-Draa, P. Mathieu (Eds.), Modèles formels de l'interaction, (p. 229–240). Toulouse : Cépaduès.

Trognon, A., Coulon, D., 2001. La modélisation des raisonnements générés dans les interlocutions. Langages 144, 58–77.

Trognon, A., Kostulski, K., 1999. Éléments d'une théorie sociocognitive de l'interaction conversationnelle. Psychologie Française 44 (4), 307–318.

Trognon, A., Sorsana, C., Batt, M., Longin, D., 2005 (à paraître). Comment identifie-t-on un théorème-en-acte en Logique interlocutoire ? In : G. Vergnaud et al., Les processus de conceptualisation en débat, Toulouse : Presses universitaires du Mirail.

Vanderveken, D., 1990–1991. Meaning and speech acts, vol. 1: principles of language use, vol. 2: Formal semantics of success and satisfaction. Cambridge University Press, Cambridge.

Varela, F., 1989. Autonomie et connaissance. Seuil, Paris.